



布料动画(Cloth Animation)

金小刚

Email: jin@cad.zju.edu.cn

浙江大学CAD&CG国家重点实验室

紫金港校区蒙民伟楼512

布料动画

- 布料在日常生活中随处可见，在计算机动画中出现布料的场合很多，如服饰、窗帘、桌布、飘动的旗帜等。
- 衣服覆盖了人体80%以上，如果要求人体动画具有令人满意的细节和真实感，那么布料动画是不可缺少的。
- 布料动画的一个特殊应用领域为时装设计，它将改变传统的服装设计过程，让人们在着装之前看到服装的式样和试穿后的效果。



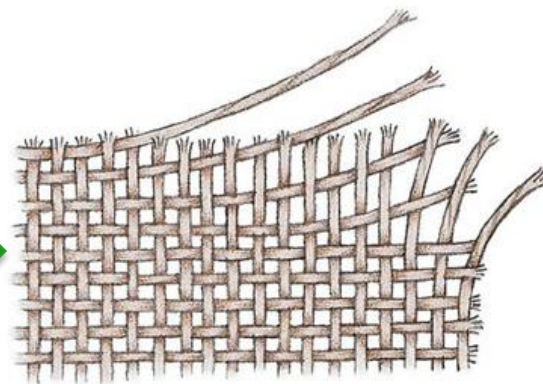
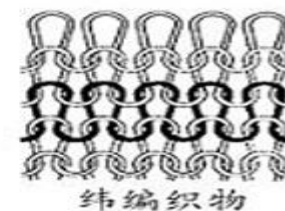
布料的种类

编织布(Woven Cloth)

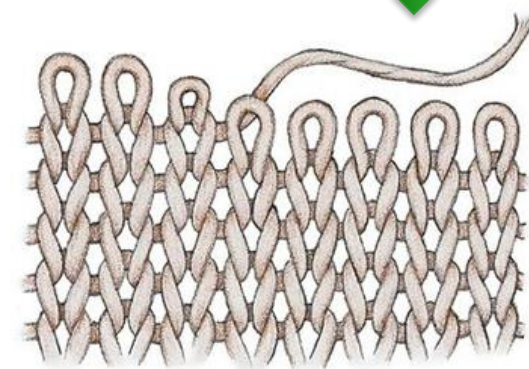
- 编织布是以聚丙烯、丙纶扁丝为原料，由两组平行的纱线（其形状是扁线）组成，一组沿织机的纵向布置（织物行进的方向）称**经纱**，另一组横向布置称为**纬纱**。
- 用不同的编织设备和工艺将经纱与纬纱交织在一起织成布状，可根据不同的使用范围编织成不同的厚度与密实度，一般编织土工布较薄，纵横向都具有相当强的抗拉强度（经度大于纬度），**具有很好的稳定性**。

针织布(Knit Cloth)

- 针织布是利用织针将纱线弯曲成圈，并相互串套而形成的织物，分经编针织布和纬编针织布。



woven material



knit material

动画演示



动画演示



2002年



2020年

应用

- 动画产业
- 游戏产业
- 时装产业
- 纺织工业
- 电子商务



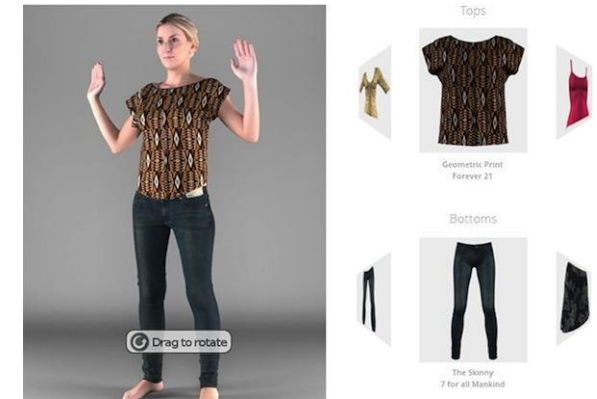
《精灵鼠小弟2》



游戏：上古卷轴



虚拟试衣



2014年eBay收购3D虚拟试衣公司PhiSix

动画电影中的衣服



《极地快车》 (2005年)

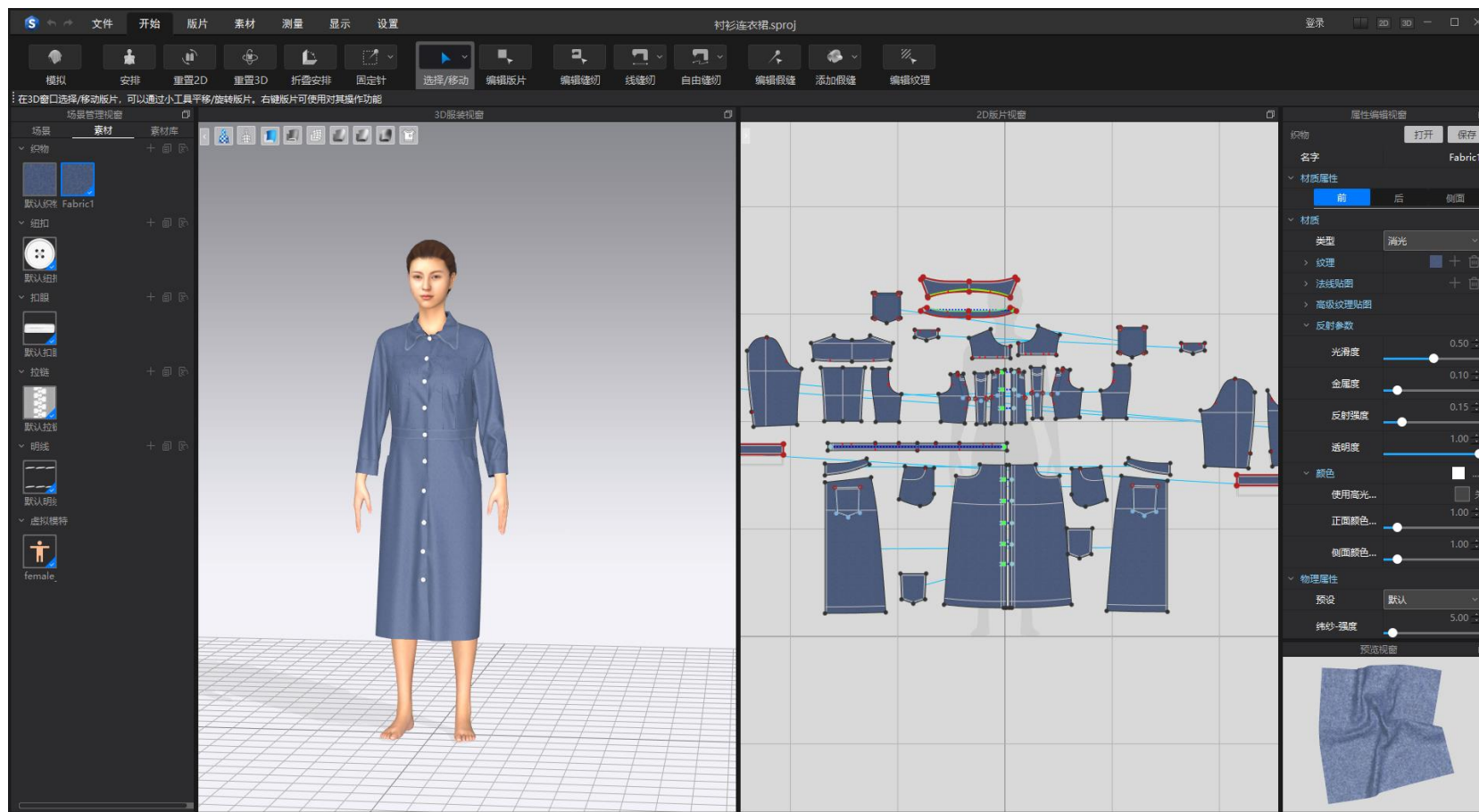
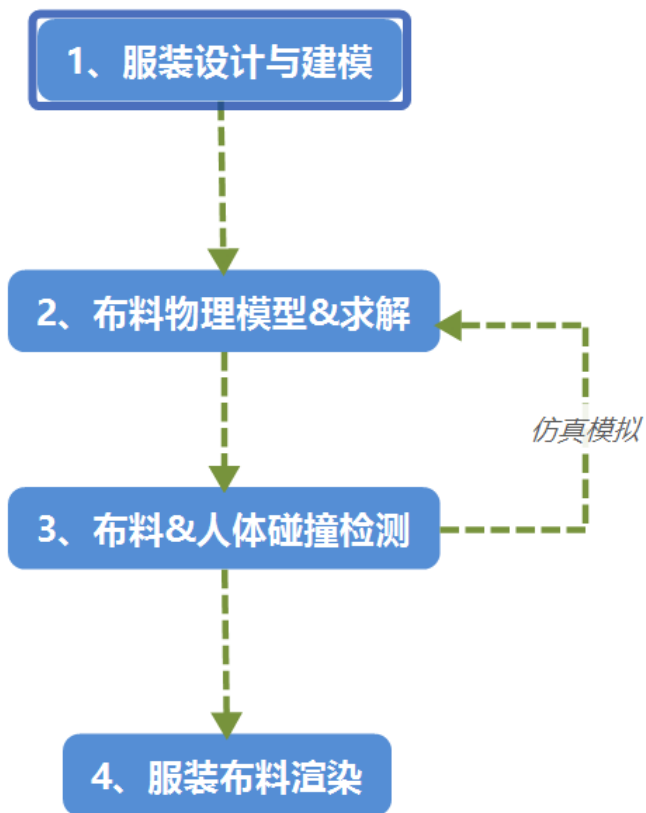


《阿丽塔.战斗天使》 (2019)

时装产业

Marvelous Designer 2 CLO 3D

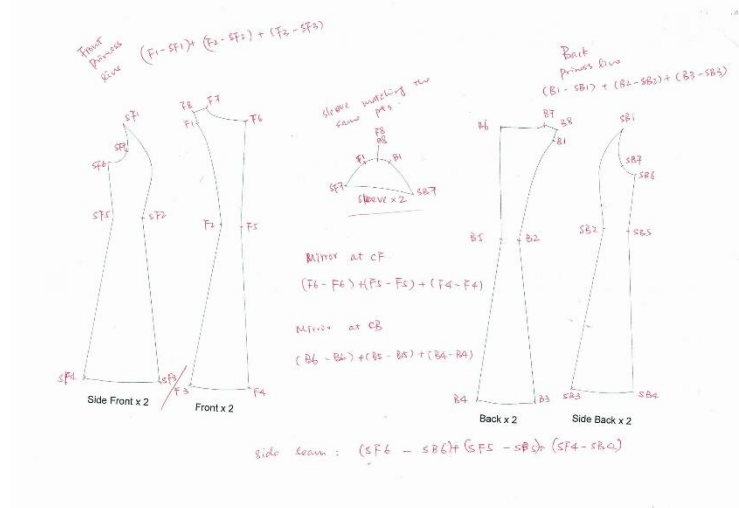
生成服装涉及的核心技术

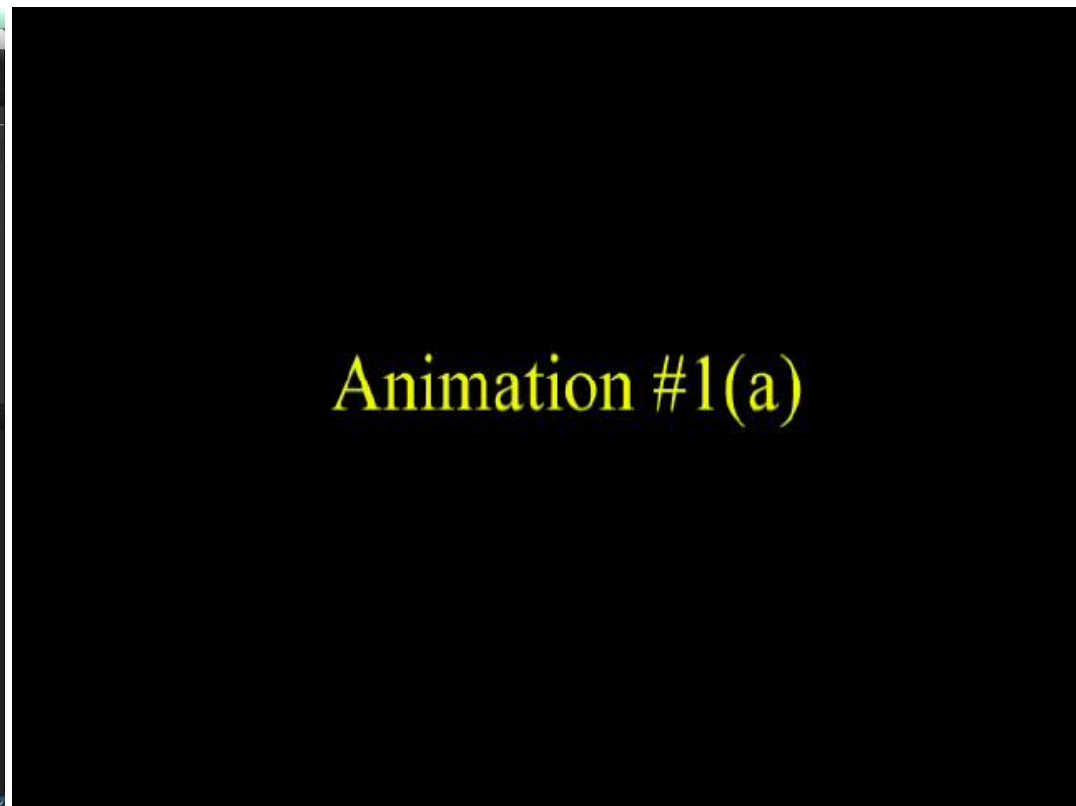
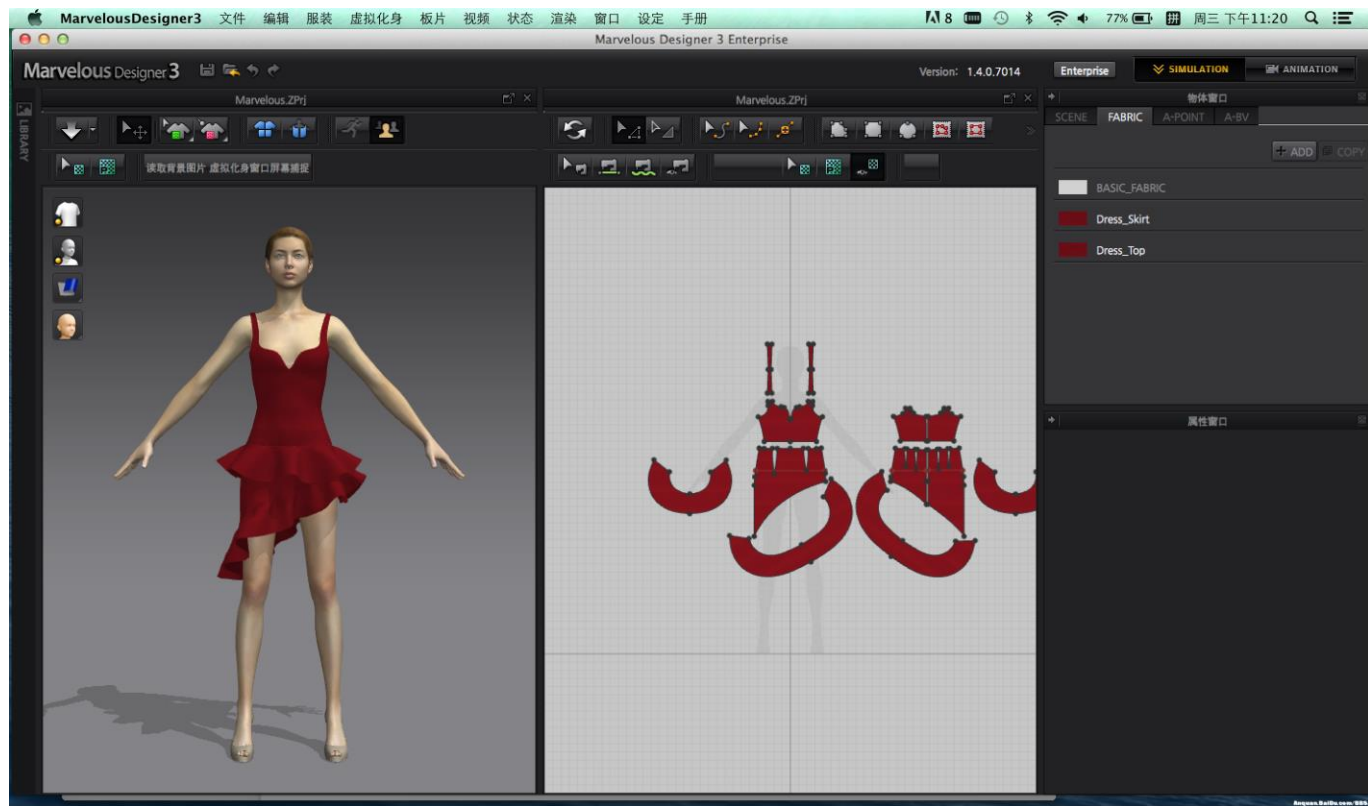


布料动画为什么是一个挑战性的问题？

- 建模(modeling)

- 与真实的衣服一样，动画师需要虚拟地把衣服裁片拼接起来；
- 衣服有各种款式、尺寸；
- 衣服有厚度；
- ...



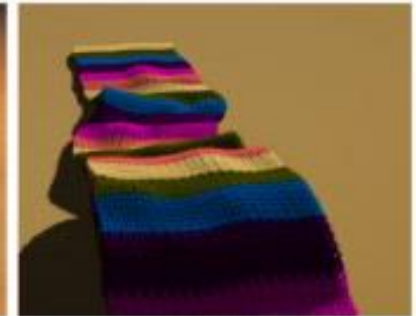


布料动画为什么是一个挑战性的问题？

- 绘制(rendering)
 - 图形学中的光照明模型通常是理想的
 - 不同质地衣服的绘制属性很复杂
 - 半透明效果
 - ...



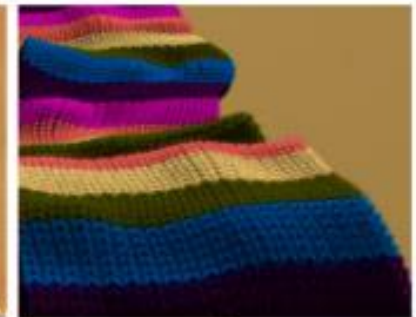
(a)



(b)



(c)



(d)



(e)



(f)

布料动画为什么是一个挑战性的问题？

- 布料动画(animation)和仿真(simulation)
 - 建立布料的物理(力学)模型
 - 需要考虑布料的拉伸、剪切、弯曲等物理力。
 - 布料不是各项同性的连续体；
 - 物理参数的设置（缝线、纽扣、装饰物等都会影响布料的物理属性）。
 - 物理模型的求解（偏微分方程数值解）
 - 速度
 - 稳定性
 - 碰撞检测和响应
 - 衣服与人体的碰撞、衣服与衣服的碰撞(自碰撞)
 - **多层衣服**
 - 腋下窝等特殊位置的处理
 - 纽扣、装饰物与衣服的碰撞

密切
相关！

布料动画为什么是一个挑战性的问题？

——从材料角度

- 织物看似简单，其变形形态实际上非常复杂。织物**不是一种材料**，它是一种**结构**。不同的织法，会形成不同的结构。
- 不同的结构，会形成不同的物理机械性能(拉伸、弯曲、剪切，摩擦等等)。
- 从纺织材料学的角度而言，为“**结构决定性能**”。
- 织物结构从力学上常被看成连续介质，也就是说，跟钢板一样，都被当作连续薄板模型(Shell model)。
- 但因为织物来自于纱线，不同的纱线结构(捻度、成纱方式、纤维的转曲与抱合等等)决定了即使是同样材料(如棉、毛)同样细度的纱线，所织造的同样单重的机织物，其力学性能也是不同的。

布料动画为什么是一个挑战性的问题？

——从材料角度

- 换个角度说，如同钢材的微观结构是原子，细观结构还是原子集团，两者之间的性能没有任何区别，形成钢材之后，性能依然如故。
- 但是织物就不同，**微观**是高分子材料(棉纤维为纤维素，毛纤维为蛋白质纤维，还有许许多多的化学纤维，都是由不同的高分子组成的)，**细观**是短纤或长丝成纱，**宏观**是不同织造方法形成的薄板形柔性材料，或称纺织结构软物质，各级结构均不相同，性能也千差万别。
- 因此，准确的预测织物的**力学性能**，是一个从1937年至今，都无法解决的难题!目前所提出的各种理论模型，都是对该类结构极大的简化，而相应的求解方法，往往还要进一步的细化约束条件，如将各向异性限制在正交各向异性，才能够给出解答。

布料模拟的发展历程

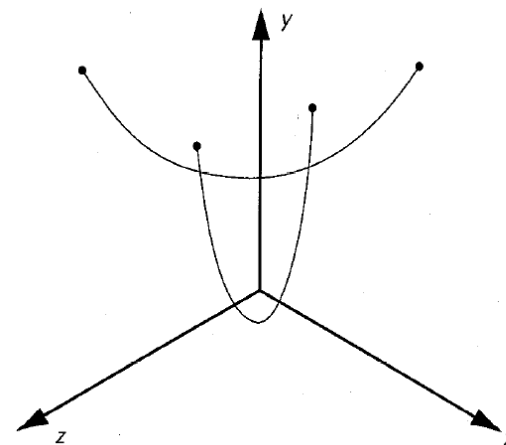
- 几何方法
- 物理方法
 - 连续体模型和有限元法
 - 简化的三角模型、粒子(质点)模型和显式方法
 - 稳定的隐式方法
 - 近似隐式方法
- 混合方法

几何方法

- 早期，因为硬件环境的限制，计算量非常大的基于物理的方法很难实现，因此几何方法得以广泛采用。几何方法不是根据动力学表现布料的运动特性，而是用几何方程表示布料的一些几何特性，例如折叠、褶皱等。
- 不是根据动力学表现布料的运动特性
 - 优点：不需求解微分方程，计算效率高
 - 缺点：表现力有限，真实感不够，不能表示动态的布料

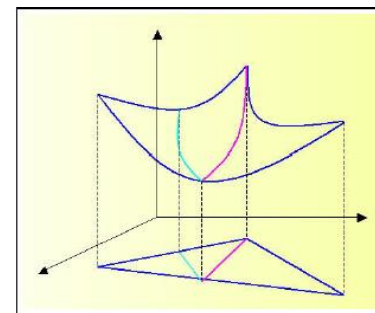
几何法的示例

- Weil的**悬链线**表示悬垂布料
 - J. Weil, *The Synthesis of Cloth Objects*, Computer Graphics (Proc. SIGGRAPH 86), 20 (4), pp. 49-54, 1986.
- 悬链线的定义为(双曲余弦函数):
 - 把布料悬挂在一些约束点上, 基于悬链线计算出布料自由悬挂时的形状。
 - Weil方法把一个三角形细分为两个三角形, 并沿着新的边生成一条新的悬链线, 如下图左所示, 最后生成的具有真实感的悬挂的布料如下图右所示。
 - 该方法不考虑布料的质量、弹性系数等物理因素, 不能生成布料的动态效果, 只适用于表示悬垂的布料。

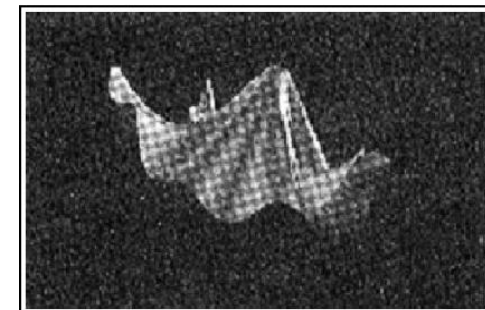


2 Two catenary curves.

两条悬链线



用悬链线细分三角形



生成的布料模型

物理方法

- 根据布料的物理性质和动力学构建模型
- 通过求解静态方程得到布料的平衡态或者通过求解运动方程得到布料的运动
- 需要求解一组复杂的微分方程，计算开销大。效率受数值方法的稳定性限制
- 能够表示布料的具有物理真实感的运动

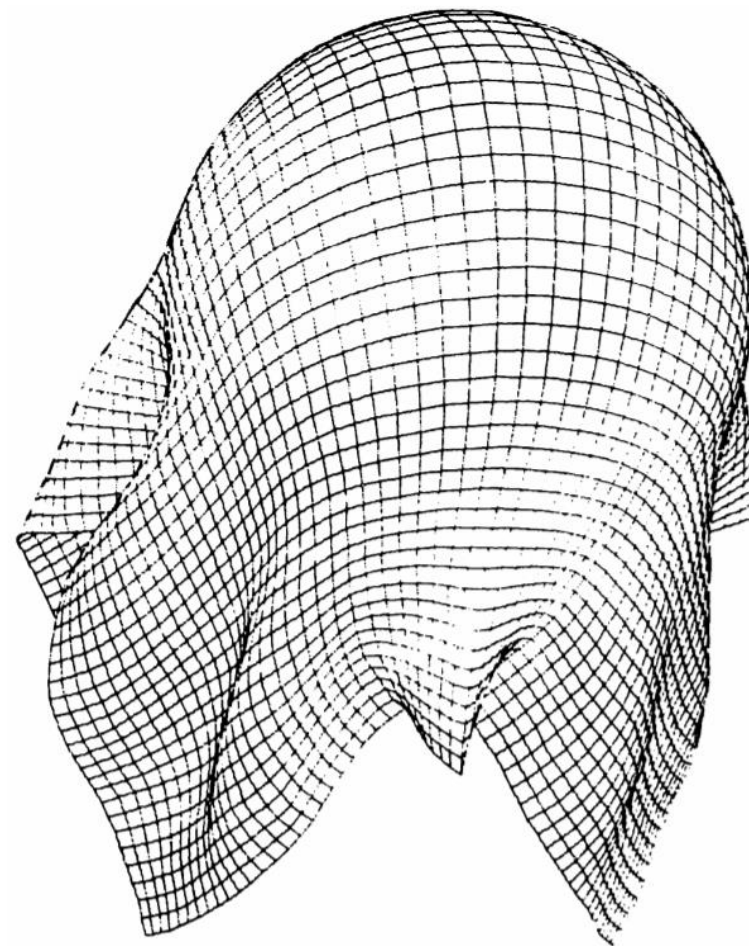
早期的物理模型

- Feynman的模型

- C. Feynman. *Modeling the appearance of cloth*. Master's thesis, Dept. of EECS, Massachusetts Institute of Technology, 1986.

$$E(P_{i,j}) = k_e E_{elast}^{i,j} + k_b E_{blend}^{i,j} + k_g E_{grav}^{i,j}$$

- 这里, k_e 、 k_b 和 k_g 分别是弹性、弯曲和密度常数, E_{elast} 、 E_{blend} 和 E_{grav} 是相应的弹性能量、弯曲能量和重力势能。通过系统能量最小化求解系统的平衡状态。这个方法只设计用来求解平衡状态, 因此只能表示悬垂布料。
- 不能表示动态布料。



Terzopoulos 的模型

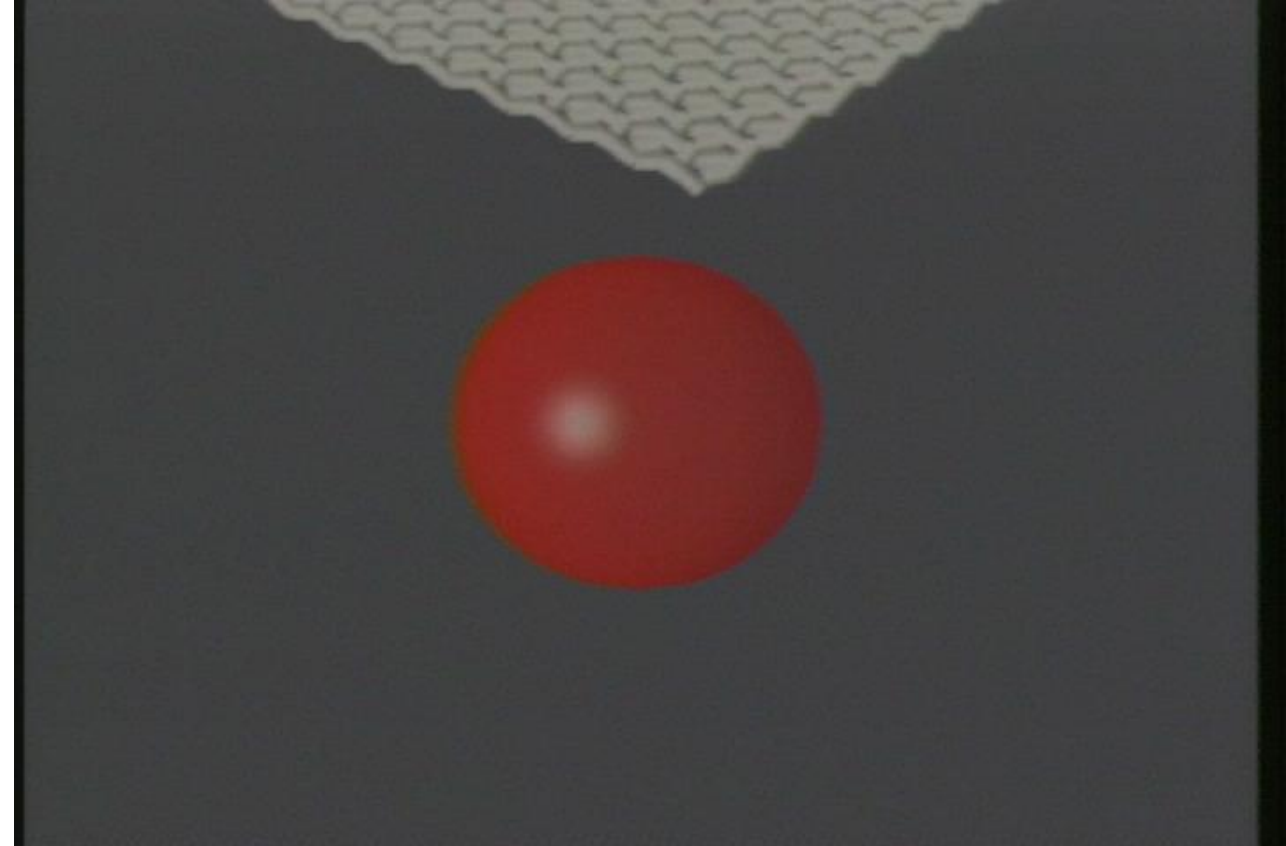
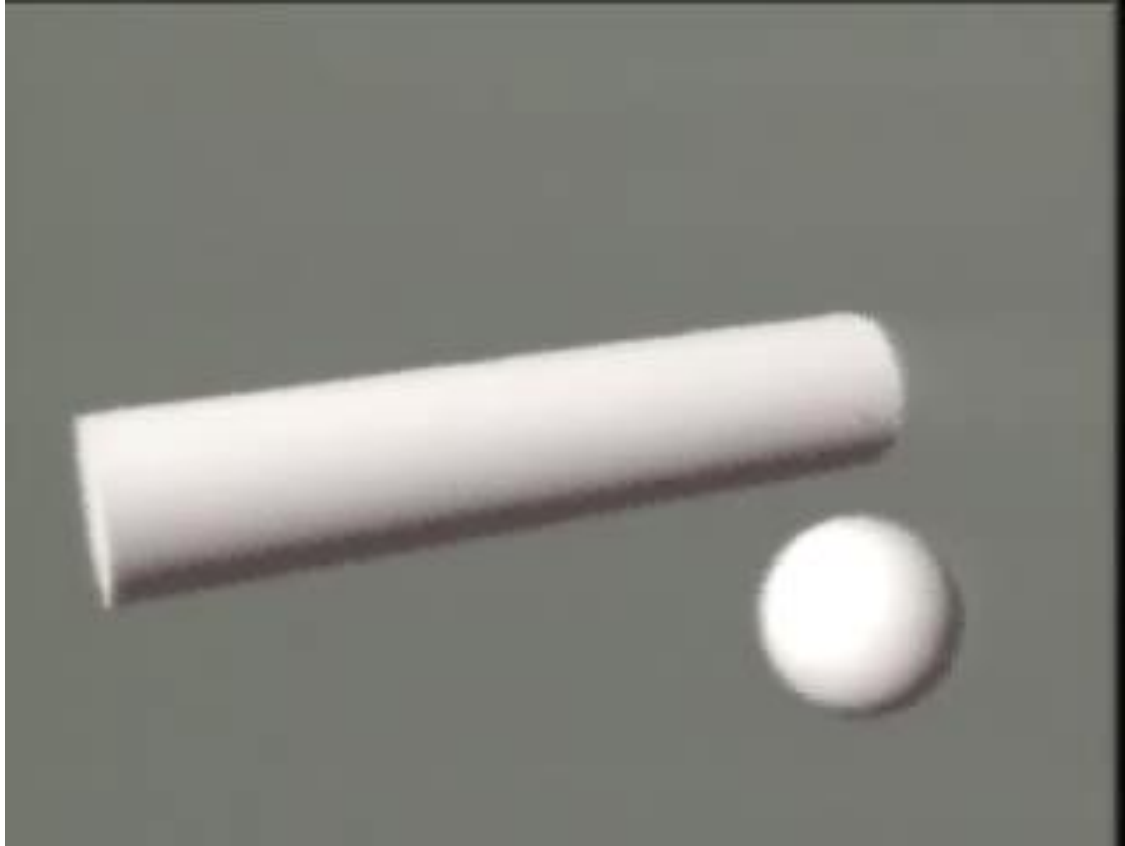
- Terzopoulos的动力学模型(Deformable Model)
 - Demetri Terzopoulos, John Platt, Alan Barr, and Kurt Fleischer. Elastically deformable models. *Computer Graphics (Proceedings of SIGGRAPH 87)*, 21(4):205–214, July 1987.



$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\mu \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} \right) + \gamma \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} + \frac{\partial E(\mathbf{r})}{\partial \mathbf{r}} = \mathbf{f}(\mathbf{r}, t)$$

- 提供了求解变形体动画的基于物理造型方法的基础。
- 模拟的过程采用有限元法或者有限差分法。这种方法把布料表示成为一个弹性体，并且通过求解一组由内力决定的微分方程得到它的运动。
- 一般通过有限元法或者有限差分法求解。
- 算法效率不高，稳定性差，适用性有限。

Demo

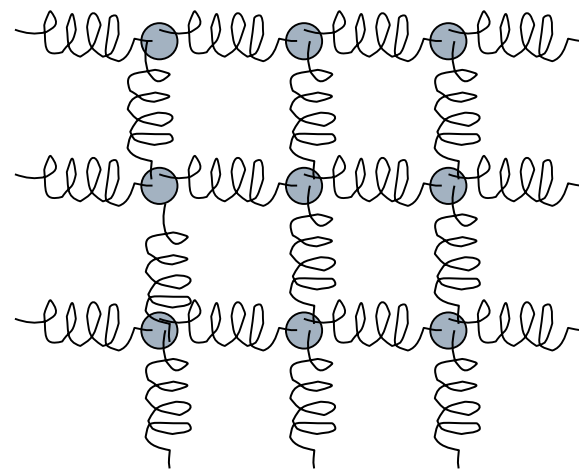
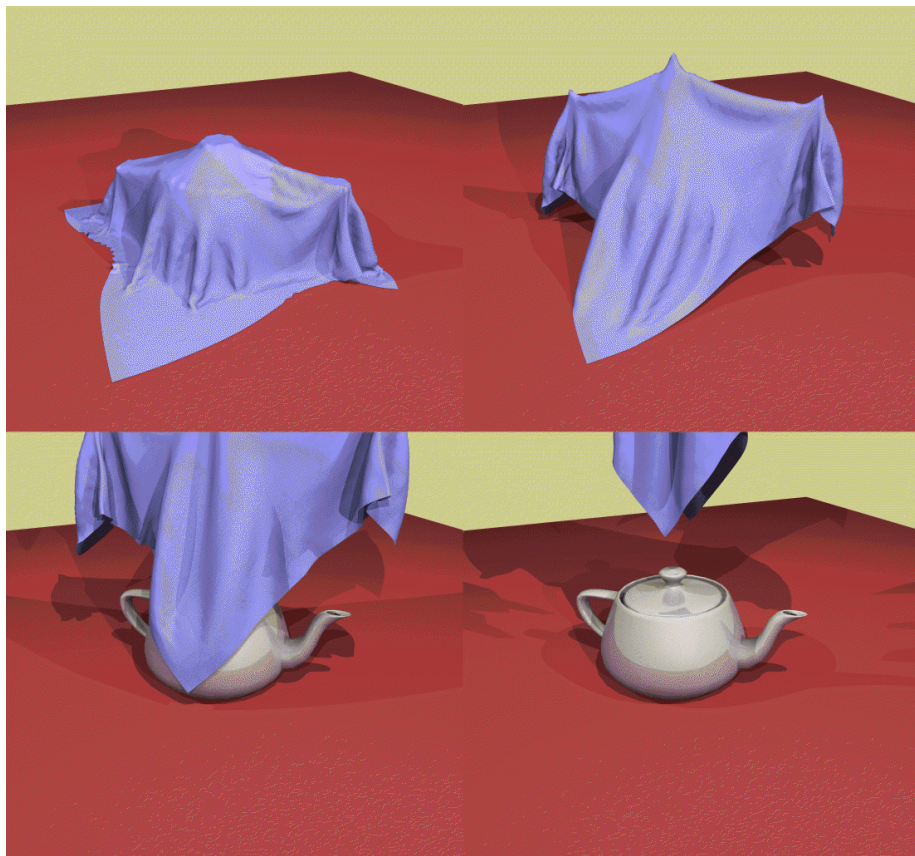


Breen的粒子系统模型

- 用粒子系统生成悬垂布料外观
 - David E. Breen, Donald H. House, and Michael J. Wozny. Predicting the drape of woven cloth using interacting particles. *Proceedings of SIGGRAPH '94*, pages 365–372, July 1994
- 把布料模型表示成为一套相互作用的粒子(质点)系统。其目标是求解特定布料的平衡状态，采用能量最小化方法求解。
- 缺点：这个方法不能提供布料在初始状态与平衡状态间的动态过程，**不能应用于动画。**
- 但是：**他提出的粒子系统模型却为布料模拟提供了一个很好的工具。**



Breen的粒子系统模型



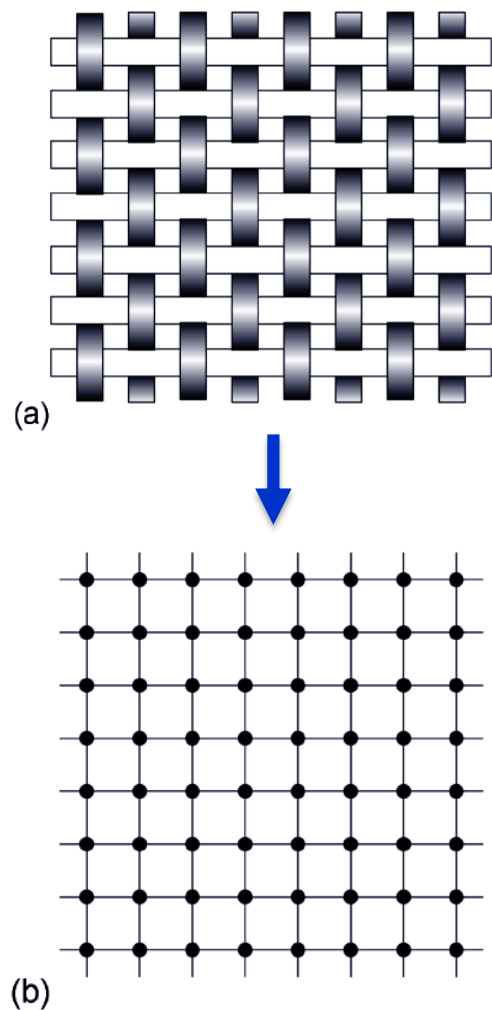
用最小能量法求得的悬垂布料效果

Provot的布料模型

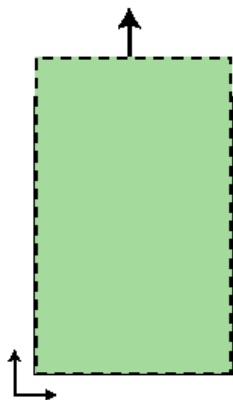
- Xavier Provot. Deformation constraints in a mass-spring model to describe rigid cloth behavior. *Graphics Interface '95*, pages 147–154, May 1995.
- Provot提出了一种可以看作是从Breen的粒子系统简化而来的弹簧-质点模型，并在此基础上发展了一套非常简单有效的算法。
- Provot采用了简单高效的**显式Euler法**求解微分方程组，得益于物理模型的简单方便，Provot的方法在效率上明显比基于Terzopoulos模型的方法要来的高，而且显示效果也不错。

布料的物理机械性能

- In general, cloth resists motion in 4 directions:

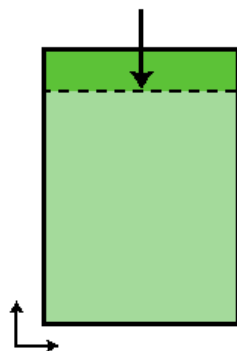


拉伸力



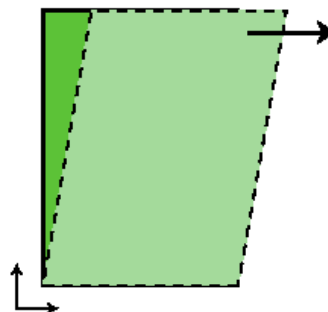
In-plane stretch

压缩力



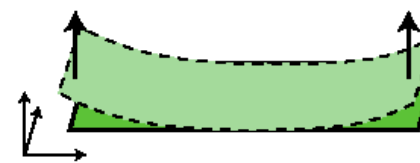
In-plane compression

剪切力



In-plane shear (trellising)

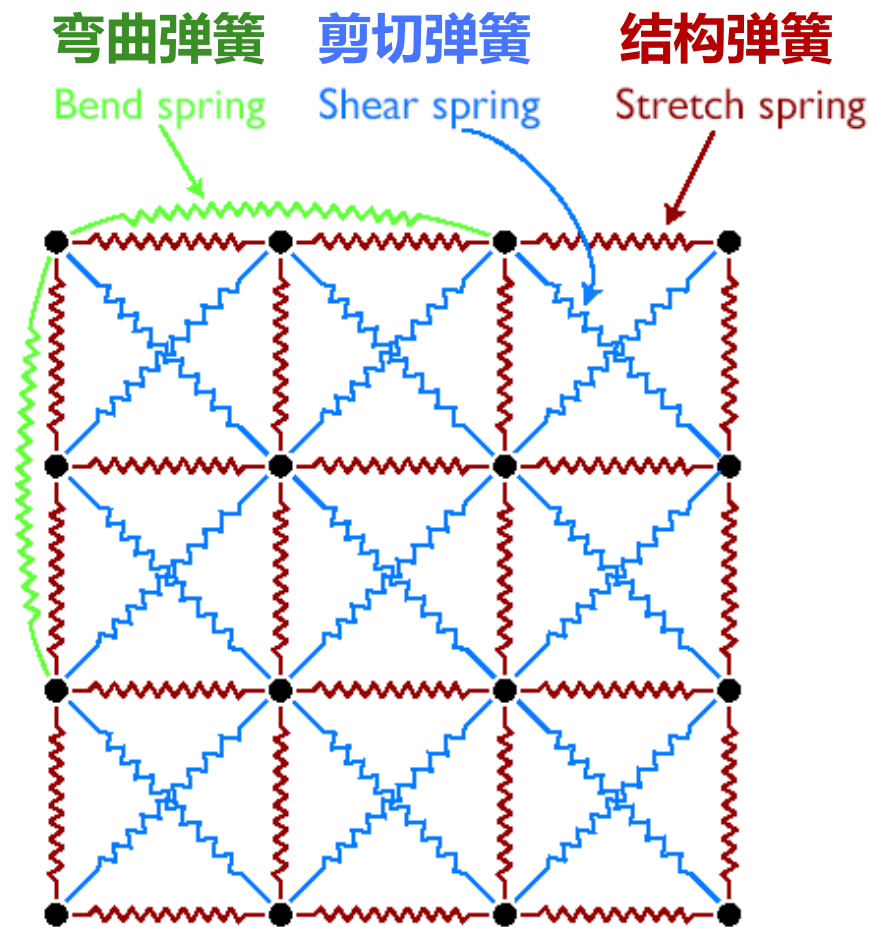
弯曲力



Out-of-plane bending

弹簧-质点模型

- 该模型是一个由 $m \times n$ 个虚拟质点组成的网格，质点之间用无质量的、自然长度不为零的弹簧连接。其连接关系有以下三种：
 - 连接质点 $[i, j]$ 与 $[i+1, j]$ ， $[i, j]$ 与 $[i, j+1]$ 的弹簧，称为“**结构弹簧**”；
 - 连接质点 $[i, j]$ 与 $[i+1, j+1]$ ， $[i+1, j]$ 与 $[i, j+1]$ 的弹簧，称为“**剪切弹簧**”；
 - 连接质点 $[i, j]$ 与 $[i+2, j]$ ， $[i, j]$ 与 $[i, j+2]$ 的弹簧，称为“**弯曲弹簧**”。
- 这三种弹簧分别用于与结构力（拉力或压力）、剪力和弯矩相关的计算。



弹簧-质点模型

- 用 $\mathbf{f}_{i,j}$ 表示质点 i 与质点 j 之间的弹簧作用在质点 i 上的力，这里的弹簧采用遵从Hooke定律的线弹性弹簧，则有：

$$\mathbf{f}_{i,j} = k_{ij} \left(\left| \mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i \right| - l_{ij}^0 \right) \frac{(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i)}{\left| \mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i \right|}$$

其中， k_{ij} 表示弹簧的弹性系数， \mathbf{x}_i 表示质点 i 的位置， l_{ij}^0 表示弹簧的原长（松弛长度）。这样，质点 i 上的总作用力就可以表示为(这里 E 表示所有弹簧集合)：

$$\mathbf{f}_i = \sum_{(i,j) \in E} \mathbf{f}_{i,j} = \sum_{(i,j) \in E} k_{ij} \left(\left| \mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i \right| - l_{ij}^0 \right) \frac{(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i)}{\left| \mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i \right|}$$

如何确定弹簧参数—— FAST织物客观力学物理性能测试系统

- FAST织物风格仪是由澳大利亚联邦科学院研制的、为织物制造厂商和服装制造厂商提供有关织物的性能与手感、成衣性和服用性能之间关系的测试分析仪器。由4个测试单元构成：
 - FAST织物风格仪—1(压缩性能):可测试两种负荷压力下织物厚度,并计算表面厚度、松弛表面厚度、可压缩性指标。
 - FAST织物风格仪—2(弯曲性能):可测试经、纬向弯曲长度,并计算出弯曲刚度。弯曲刚度与利用FAST—3测得的延伸性相结合可计算出成形性指标。
 - FAST织物风格仪—3(延伸性):可在一定负荷下测量服装面料任何方向的延伸性,通常情况下测量服装面料经向、纬向的延伸性。主要指标为经纬向的延伸性,斜向延伸性,剪切刚性和成形性。
 - FAST织物风格仪—4(稳定性):可测试蒸汽、浸湿处理后试样的尺寸变化,主要指标是松弛收缩率、湿膨胀率。通过以上测试得到织物的指纹图为服装生产、后整理工艺改进提供关键性指导数据。



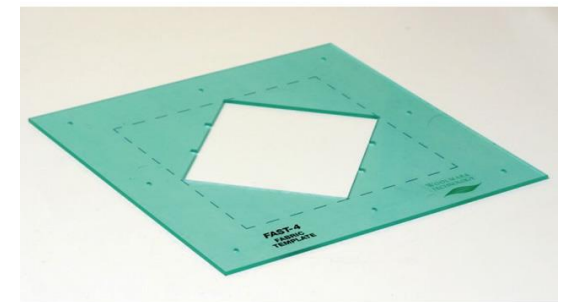
FAST—1(压缩性能)



FAST—2(弯曲性能)

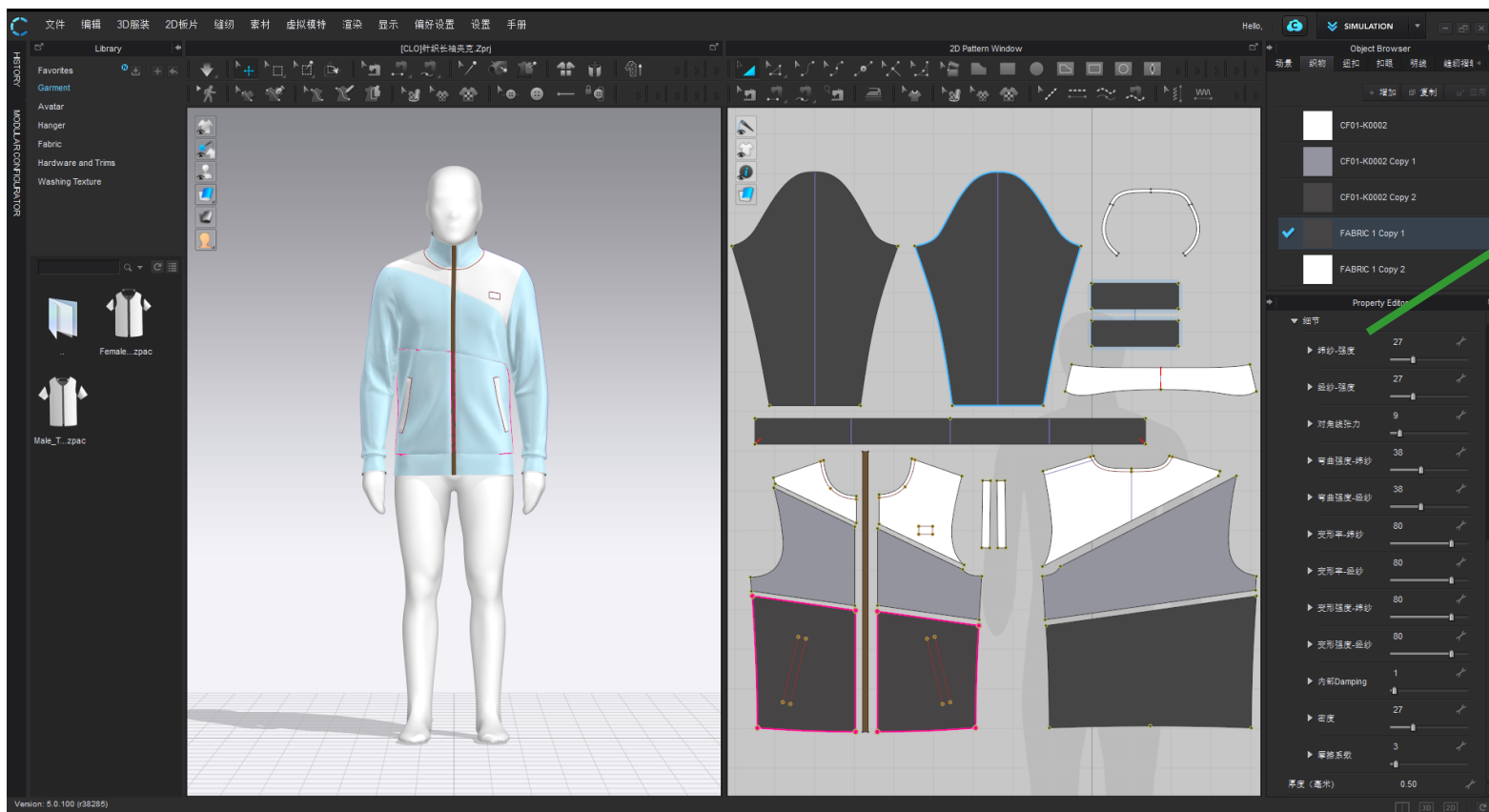


FAST—3(延伸性)



FAST—4(稳定性)

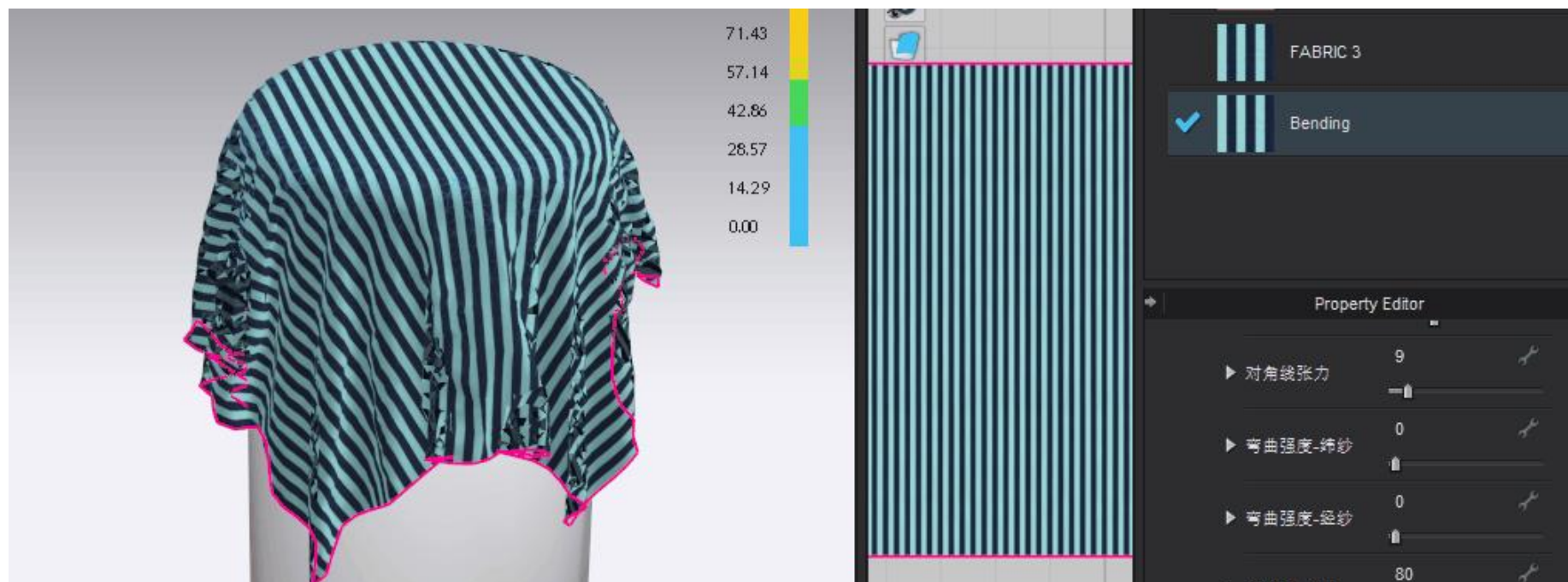
Clo3D的物理参数



物理属性	
预设	
▼ 细节	
▶ 纬纱-强度	27
▶ 经纱-强度	27
▶ 对角线张力	9
▶ 弯曲强度-纬纱	38
▶ 弯曲强度-经纱	38
▶ 变形率-纬纱	80
▶ 变形率-经纱	80
▶ 变形强度-纬纱	80
▶ 变形强度-经纱	80
▶ 内部Damping	0
▶ 密度	27
▶ 摩擦系数	3
厚度 (毫米)	0.50

例如：弯曲强度

- 织物的硬挺程度。
 - 加大：面料硬，像牛仔布和皮革。
 - 减小：垂顺感好，像丝绸；
 - 如同真实面料一样，可以设置经纱和纬纱。



显式欧拉法

- **显式欧拉法**公式:

$$\begin{cases} \mathbf{a}^{t+h} = \mathbf{M}^{-1}\mathbf{f}^t \\ \mathbf{v}^{t+h} = \mathbf{v}^t + h\mathbf{a}^{t+h} \\ \mathbf{x}^{t+h} = \mathbf{x}^t + h\mathbf{v}^{t+h} \end{cases} \longrightarrow \begin{pmatrix} \mathbf{v}^{t+h} \\ \mathbf{x}^{t+h} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{v}^t + h\mathbf{M}^{-1}\mathbf{f}^t \\ \mathbf{x}^t + h\mathbf{v}^{t+h} \end{pmatrix}$$

- 其中**M**是质点的质量，**x**、**v**、**a**、**f**分别表示粒子的位置、速度、加速度和所受合力，**h**是时间步长。上标**t**和**t+h**是时间，分别表示当前时间和下一步的时间。
- **优点:**
 - 单步计算快。
 - 并行性好。在一个计算步中，每一个质点的状态都是独立计算。

Provot的衣服模型

- 但由于采用了显式积分方法，算法的**稳定性**成为一个明显的问题。
- h 存在着一个最大的临界值 H ，一旦超过 H ，方程就会病态而失稳。而这个 H 跟弹簧的刚度有关(弹簧的刚度 K 是载荷增量 dF 与变形增量 $d\lambda$ 之比，即产生单位变形所需的载荷，弹簧的刚度计算公式为 $K=dF/d\lambda$):

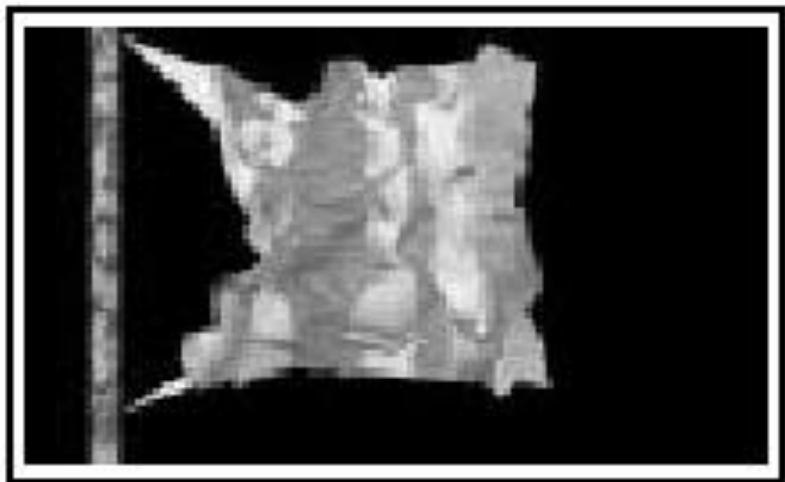
$$H \approx \pi \sqrt{\frac{M}{K}}$$

- 为了保证算法稳定，必须采用**很小的时间步长**或者减小方程组的刚度，也即是弹簧的刚度。
- 取小的计算步长意味着计算次数增加，取小的弹簧刚度则会形成一种Provot称之为**超弹性的问题**，即布料产生了现实中不可能发生的伸长，使得算法的真实感明显下降。

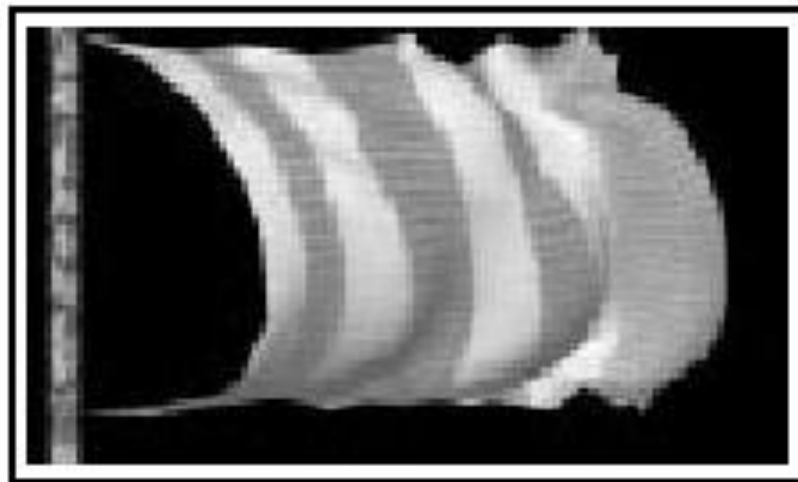
Provot的约束变形模型

- 为使得得到高的算法效率，Provot使用了较小的弹簧刚度。这样算法的步长不至于被迫取得很小，算法的稳定性较好。
- 对于超弹性问题，他采用了**约束变形方法**，**动态修正质点的位置以保证弹簧不至于产生不现实的伸长**。
- 这该方法在**每个时间步的运算完成后**，**检测各质点的情况**，如发现有变形过大的现象存在，就修正该质点的位置，使其限制在某个范围内。其实际效果是将超弹性效应在整块布料内分散。
- 该方法实际上把布料模型可以看作是**半刚性的**。当超弹性效应只发生在局部的少数几个点时，该方法取得了不错的效果，但当布料受力比较大超弹性现象发生比较多的时候，这个方法就无能为力了。

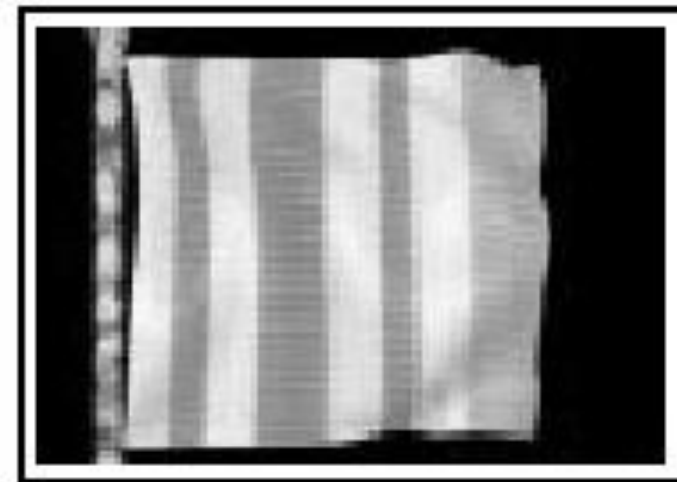
Provot的衣服模型



(a) 高刚度



(B) 低刚度



(c) 约束变形

大步长隐式方法

- 布料模拟的积分计算部分的主要开销在由于稳定性限制计算步长只能取很小值，因而被迫在两帧画面之间计算多次。



- 因此，设法取较大的时间步长可以有效的提高算法效率。从数值方法的理论可知，隐式方法具有比显式方法高得多的稳定性。因此，Baraff and Witkin使用了隐式方法来积分，在不降低刚度的条件下可以取得**较大的时间步长**。

* David Baraff and Andrew Witkin. **Large steps** in cloth simulation. *Proceedings of SIGGRAPH 98*, pages 43–54, July 1998. (Cited by 2410+)

大步长隐式方法

$$\begin{pmatrix} \mathbf{v}^{t+h} \\ \mathbf{x}^{t+h} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{v}^t + h\mathbf{M}^{-1}\mathbf{f}^t \\ \mathbf{x}^t + h\mathbf{v}^{t+h} \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} \mathbf{v}^{t+h} \\ \mathbf{x}^{t+h} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{v}^t + h\mathbf{M}^{-1}\mathbf{f}^{t+h} \\ \mathbf{x}^t + h\mathbf{v}^{t+h} \end{pmatrix}$$

显式欧拉法

隐式欧拉法

$$\mathbf{f} = [\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2, \dots, \mathbf{f}_n]^T, \quad \mathbf{v} = [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_n]^T, \quad \mathbf{x} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n]^T$$

$$\mathbf{M}_i = \begin{bmatrix} m_i & 0 & 0 \\ 0 & m_i & 0 \\ 0 & 0 & m_i \end{bmatrix}, \quad \mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \mathbf{M}_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \mathbf{M}_n \end{bmatrix}$$

这里 \mathbf{f}_i , \mathbf{v}_i , \mathbf{x}_i , m_i 分别表示质点 i 的力、速度、位置和质量, n 为质点的数目。

大步长隐式方法

- 但我们只能求得当前时刻的力 \mathbf{f}^t ，为了计算 \mathbf{f}^{t+h} ，用一阶泰勒展开对其进行近似展开：

$$\mathbf{f}^{t+h} = \mathbf{f}^t + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \Delta \mathbf{x}^{t+h} + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{v}} \Delta \mathbf{v}^{t+h}$$

- 其中， $\Delta \mathbf{x}^{t+h}$ 表示质点在下一时刻 $t+h$ 与当前时刻 t 的位置变化，可由如下公式计算：

$$\Delta \mathbf{x}^{t+h} = (\mathbf{v}^t + \Delta \mathbf{v}^{t+h})h$$

代入得

$$\mathbf{f}^{t+h} = \mathbf{f}^t + h \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} (\mathbf{v}^t + \Delta \mathbf{v}^{t+h}) + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{v}} \Delta \mathbf{v}^{t+h}$$

为了消去 \mathbf{f}^{t+h} ，用公式

$$\Delta \mathbf{v}^{t+h} = \mathbf{v}^{t+h} - \mathbf{v}^t = h \mathbf{M}^{-1} \mathbf{f}^{t+h}$$

$$\Delta \mathbf{v}^{t+h} = h \mathbf{M}^{-1} \mathbf{f}^t + h^2 \mathbf{M}^{-1} \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} (\mathbf{v}^t + \Delta \mathbf{v}^{t+h}) + h \mathbf{M}^{-1} \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{v}} \Delta \mathbf{v}^{t+h}$$

整理得

$$\left(\mathbf{I} - h^2 \mathbf{M}^{-1} \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} - h \mathbf{M}^{-1} \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{v}} \right) \Delta \mathbf{v}^{t+h} = h \mathbf{M}^{-1} \mathbf{f}^t + h^2 \mathbf{M}^{-1} \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{v}^t$$

大步长隐式方法

两边乘M

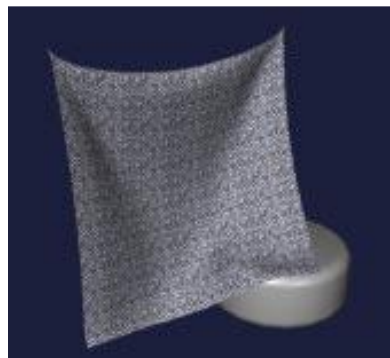
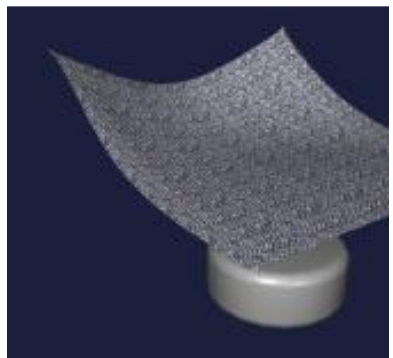
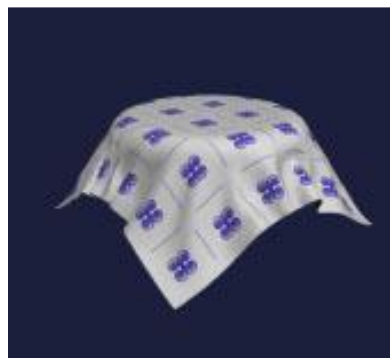
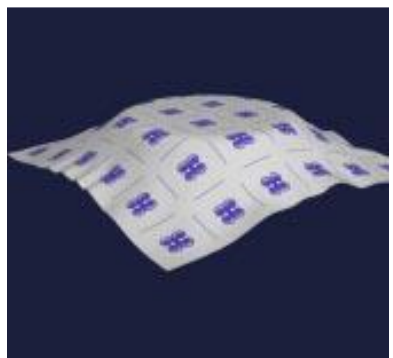
$$\longrightarrow \left(\mathbf{M} - h^2 \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} - h \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{v}} \right) \Delta \mathbf{v}^{t+h} = h \mathbf{f}^t + h^2 \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{v}^t$$

- 这是一个关于 $\Delta \mathbf{v}^{t+h}$ 的线性方程组，其中的质量矩阵 \mathbf{M} 是以 3×3 对角矩阵为子矩阵的对角阵。
- 两个Jacobian矩阵 $\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}}$ 和 $\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{v}}$ 都是子矩阵为 3×3 对称矩阵的稀疏矩阵，只有当质点 i 和质点 j 之间有弹簧连接时非零（对角线上也非零）。
- 因此，总的系数矩阵 $\left(\mathbf{M} - h^2 \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} - h \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{v}} \right)$ 是一个稀疏矩阵，可以采用**共轭梯度法**迭代求解。
- 计算开销大！

大步长隐式方法

- 理论上隐式方法可以在取任意大的步长的情况下都保持稳定，但是实际计算中 f 一般由其一阶泰勒展开近似得到，因此稳定性仍然有限制，但是与前面讲到的显式计算方法相比有了非常大的提高。
- **自适应调整步长：**一般情况下，在数值积分这一步已经不需要特别考虑稳定性的问题。Baraff and Witkin对稳定性采取比较谨慎的态度，在每一步计算后都检查一遍稳定性，一旦发现计算发散，就动态的调整(减小)时间步长，若干步之后再换回大的时间步长。

例子



近似隐式法

- 很多环境下需要可实时交互的布料模拟，因此有很多研究者积极致力于模拟效率上的研究，力图克服隐式方法在单步计算开销大的缺点。
- Desbrun提出了一种近似的方法，在计算效率上取得了很好的效果。他的方法把隐式方法的矩阵近似成一个恒矩阵，这样就不需要每一步都计算一次矩阵值了。在这种情况下，就可以预先计算矩阵的逆阵作为力的过滤器。

* Mathieu Desbrun, Peter Schroder, and Alan Barr. Interactive animation of structured deformable objects. *Graphics Interface '99*, pages 1–8, June 1999.

近似隐式法

- 假设布料模拟的线性系统为：

$$\mathbf{W}\Delta\mathbf{v} = \mathbf{f}$$

在上述公式中， \mathbf{W} 是 $n\times n$ 矩阵， n 是布料模型的粒子数， $\Delta\mathbf{v}$ 是速度向量的改变量， \mathbf{f} 是力向量。

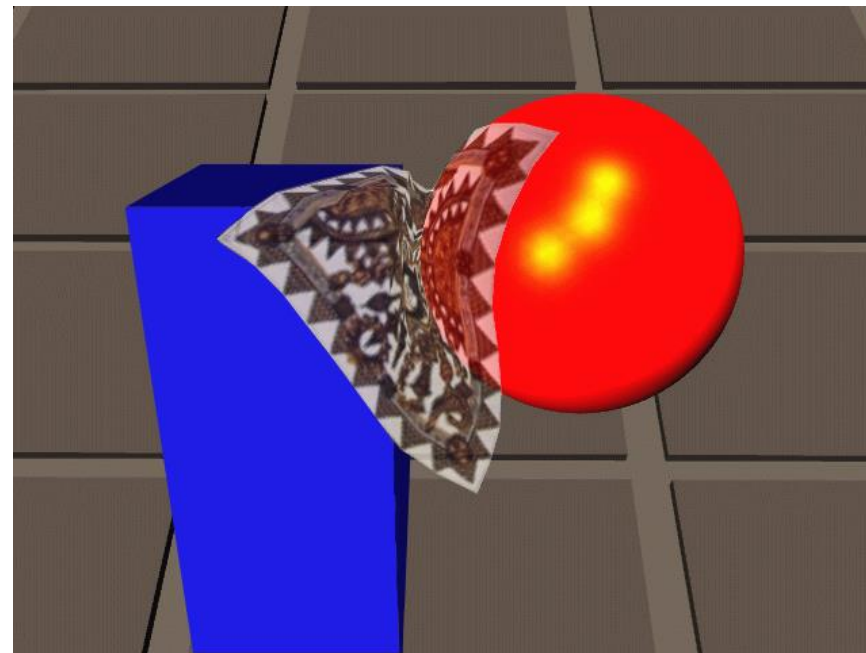
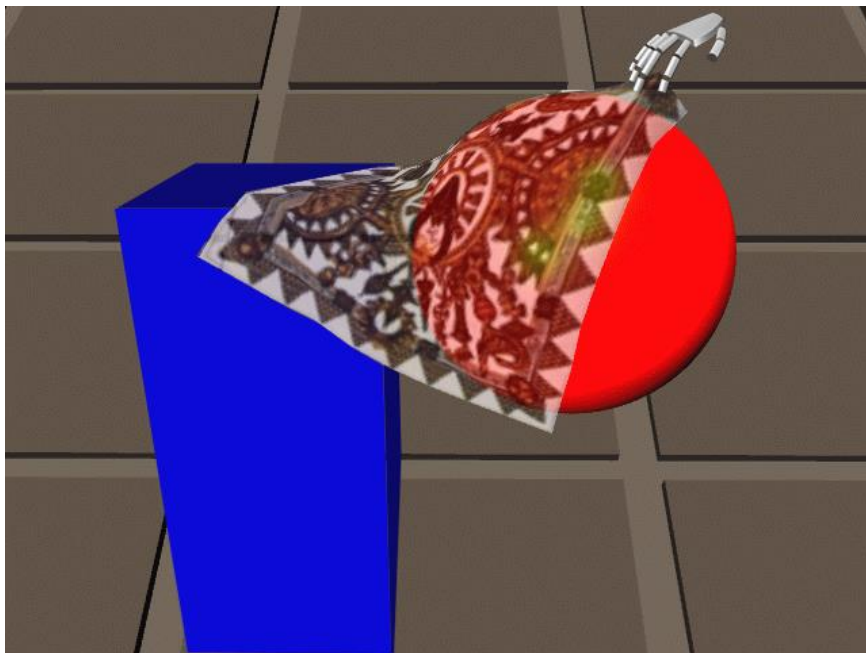
- Desburn的方法把 \mathbf{W} 近似看成一个恒矩阵，然后求得它的逆矩阵，这样，速度的改变量就可以利用这个预求得的逆矩阵直接计算得到：

$$\Delta\mathbf{v} = \mathbf{W}'^{-1}\mathbf{f}$$

近似隐式法

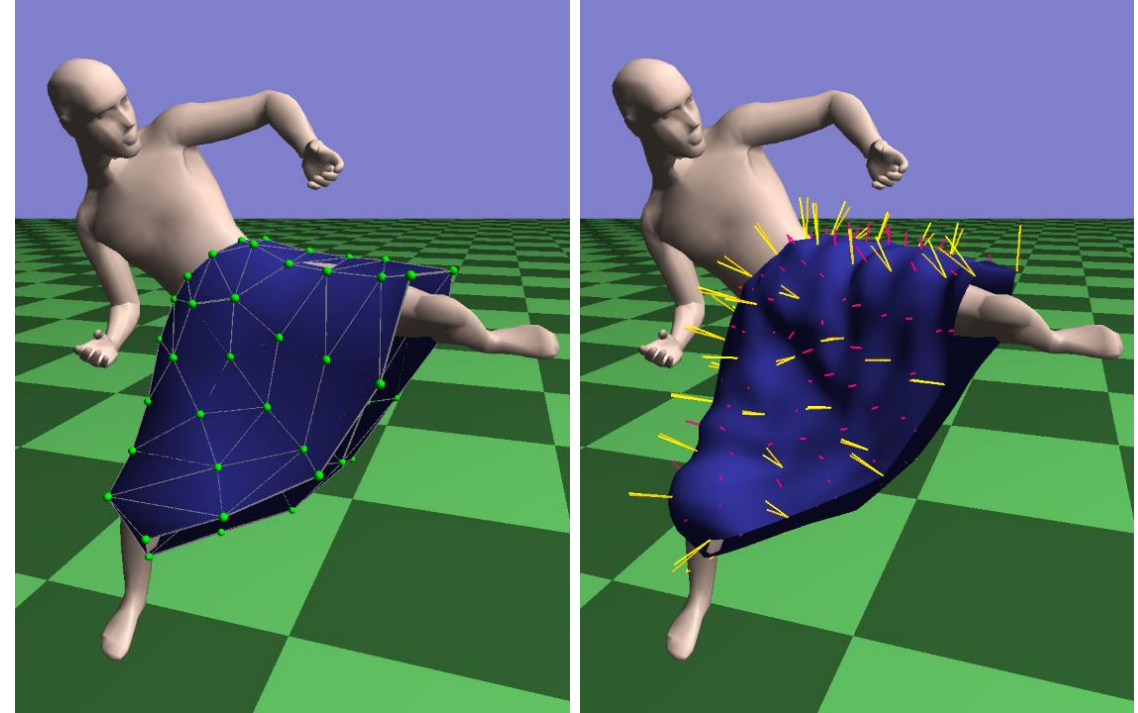
- 这个方法不需要每步都求解线性方程组，因此计算效率得到很大地提高，在一定的模型复杂度下可以满足实时要求。
- 但是，由于这里的矩阵 W 的规模是**与粒子数的平方成正比的**，当粒子数增加时 W 将急剧增大，而且其逆矩阵一般是一个非稀疏矩阵，因此当模型规模很大时该方法的计算开销会变得很大，所以该方法只能满足模型复杂度不是很大的情况下的**实时计算**。
- 另外，由于近似失真比较大，该方法的显示效果也不是很好。

近似隱式法例子



混合方法

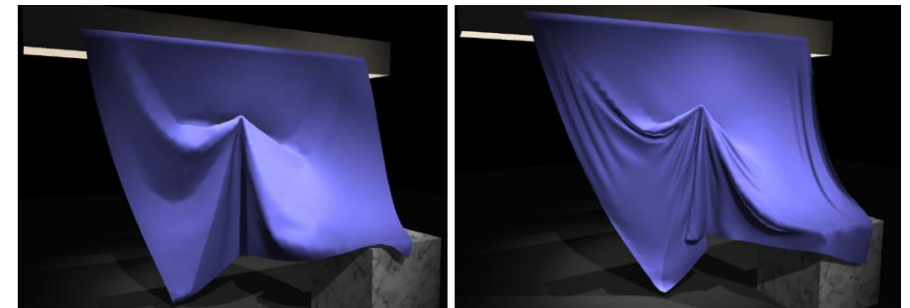
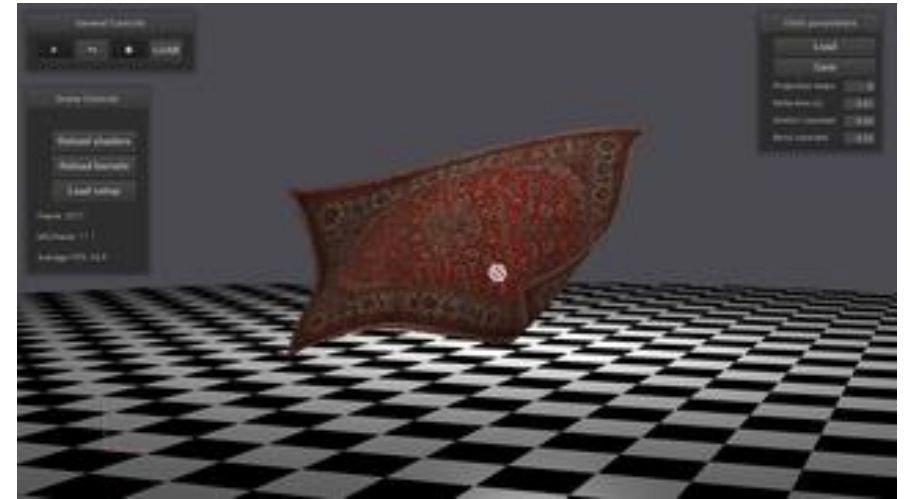
- 在粗疏网格上用物理方法计算运动
- 用几何方法或者纹理方法生成褶皱等细节
- 具备一些物理方法的特点，能够表示运动
- 速度快，在特定的场合表现力也比较好
- 适用范围有限制



Masaki Oshita and Akifumi Makinouchi. Real-time cloth simulation with sparse particles and curved faces. Proc. of Computer Animation 2001, pages 220–227, November 2001.

Position Based Dynamics (PBD)方法

- PBD并不是传统意义上基于物理的模拟方法，但能够提供视觉上可信且计算效率极高的模拟效果，故而常用于在对于实时要求比较高的情景下，如游戏等。
- 采用**约束**表示布料的内部结构，采用**约束**处理碰撞。然后采用数值方法，如Gauss-Seidel迭代求解。
- Bullet和PhysX引擎采用PBD方法。



Müller, M., Heidelberger, B., Hennix, M. and Ratcliff, J., 2007. Position based dynamics. Journal of Visual Communication and Image Representation, 18(2), pp.109-118.

<https://github.com/InteractiveComputerGraphics/PositionBasedDynamics>

稳定但反应灵敏的布料

Stable but Responsive Cloth



真实织物的**屈曲**(**Buckling** of Real Fabrics)

Choi KJ, Ko HS. Stable but responsive cloth. SIGGRAPH '02: Proceedings of the 29th annual conference on Computer graphics and interactive techniques, 2002 Pages 604–611

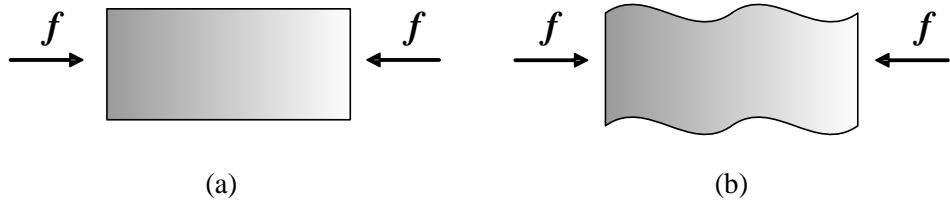
稳定但反应灵敏的布料

Stable but Responsive Cloth

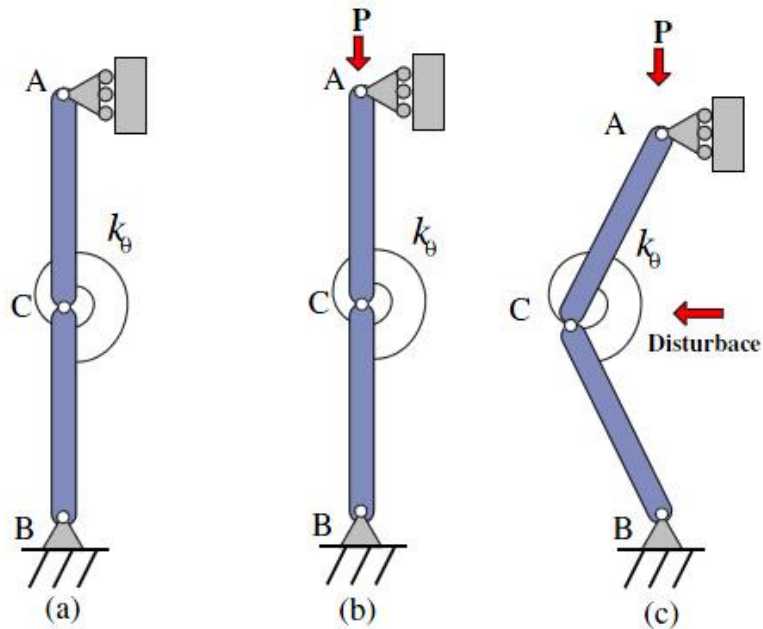
- Choi等在Baraff提出的半隐式积分框架下建立了一种新的基于四边形网格的质点——弹簧系统，称为**立即失稳模型**(Immediate buckling model)。
- 这个模型考虑到了布料广泛存在的**后屈曲**问题(Post-buckling problems)。
- 布料的后屈曲过程中存在一个稳定性问题，即由于布料**临界压力非常小**，在面内压缩变形稍微有点大（实际上很小的时候就这样了）的时候，这些局部受压区域就已经发生屈曲了，而**不会存在一个稳定的布料面内压缩过程**。
- 据此，该模型认为用于表示布料面内作用关系的弹簧**不应该表现出大的正向抗压力**，而只会产生很小的抗弯力矩。
- 该方法**有利于布料质点系统产生丰富而逼真的织物褶皱效果**。

稳定但反应灵敏的布料

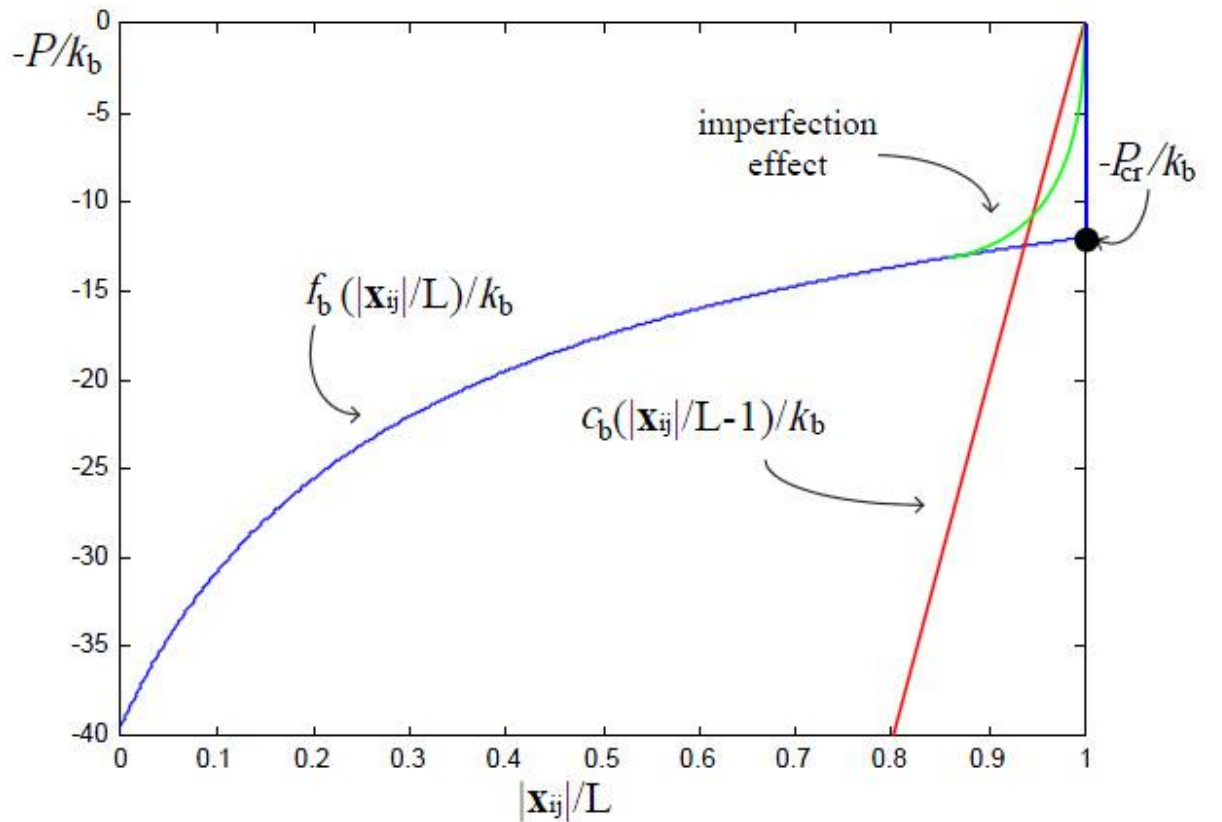
Stable but Responsive Cloth



轻薄柔性材料的结构屈曲现象：(a) 屈曲前，(b) 屈曲后



柱状失稳(Column Buckling)

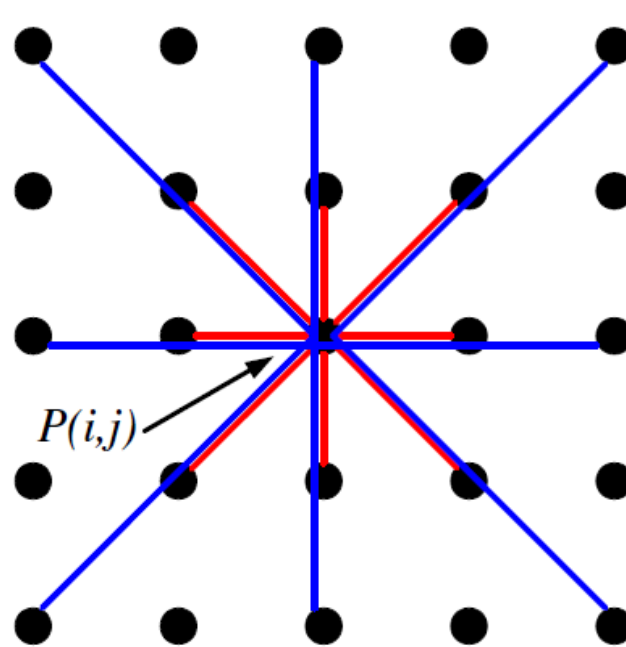


这个模型考虑到布料局部在受到压缩作用时并不会出现很大的压缩抗力，而是会很快发生屈曲，因此物理模型中将压缩和弯曲行为合二为一进行建模，因此模型中将不会出现传统弹簧—质点系统中所具有的压缩弹簧。

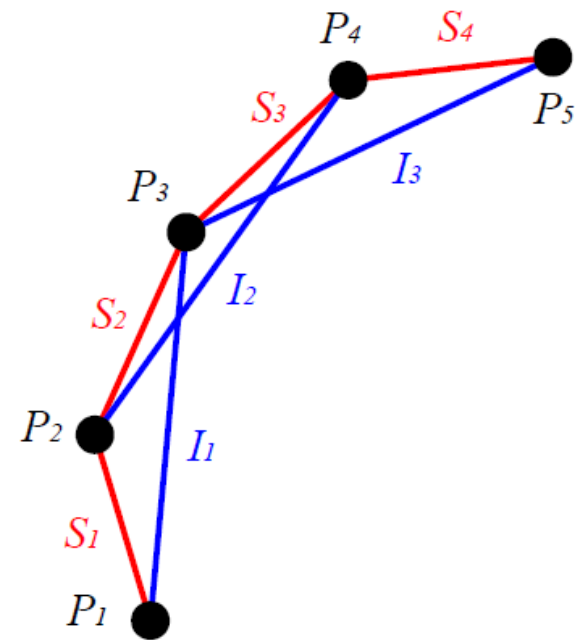
稳定但反应灵敏的布料

Stable but Responsive Cloth

- 采用2种连接弹簧
 - 红色：类型 1
 - 蓝色：类型 2
- 红色连接弹簧：用于抗拉伸和剪切
 - $P(i, j)$ 连接 $P(i \pm 1, j)$, $P(i, j \pm 1)$ 和 $P(i \pm 1, j \pm 1)$ ；这种连接称为**顺序连接**。
- 蓝色连接弹簧：用于抗弯曲和抗压缩
 - $P(i, j)$ 连接 $P(i \pm 2, j)$, $P(i, j \pm 2)$ 和 $P(i \pm 2, j \pm 2)$ 。这种连接称为**隔行连接**。
- 右图图示了在一个特定方向的顺序连接和隔行连接。 S_1-S_4 是顺序连接； I_1-I_3 是隔行连接。



(a) all the connections for $P(i, j)$



(b) connections among neighboring particles in a particular direction

相互作用粒子的连接关系

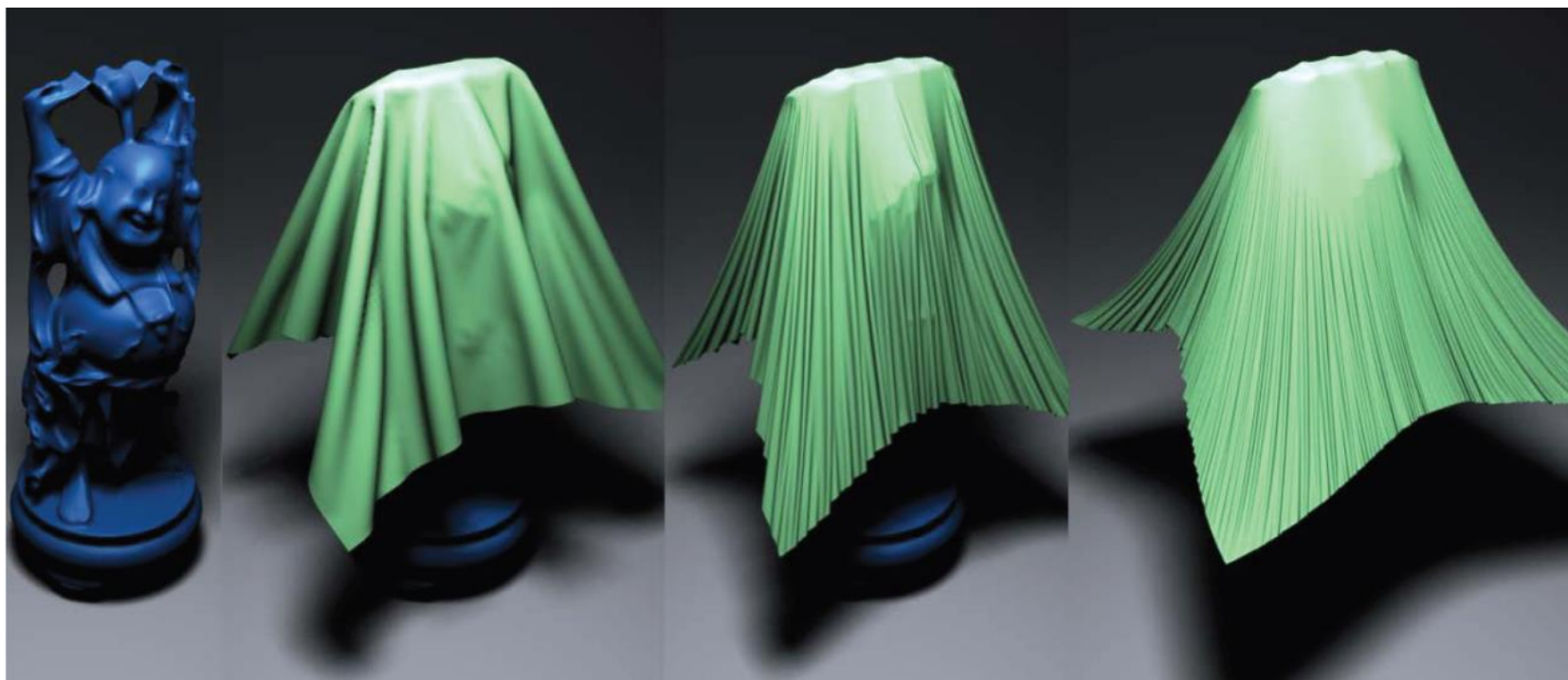
DEMO

Animation #1(a)

Animation #4

弹簧质点方法的优缺点

- **优点:** 直接利用布料的Mesh表示, 简单高效, 碰撞容易处理, 可扩展性好;
- **缺点:** 精度有限, 仿真结果依赖于所使用的网格表示。



20K, 500K, 2M三角形

增加网格密度, 并不能增加布料仿真结果的真实性

各种方法的比较

	动画形式	优点	缺点
几何方法	几何曲线	速度快	真实感差
物理方法(显式)	动力学	真实感好, 单步计算快	稳定性差, 总体效率不高
物理方法(隐式)	动力学	稳定性好	需要求解线性方程, 单步计算复杂
近似隐式法	近似动力学	速度快, 稳定性好	真实感差
混合方法	动力学+几何	速度快	真实感较差

衣服的放码

- 如何自动地把一个人的衣服以合体的方式穿到另外一个人身上。



Yuwei Meng, Charlie C.L. Wang, Xiaogang Jin, “Flexible Shape Control for Automatic Resizing of Apparel Products”, *Computer-Aided Design*, 2012, 44(1): 68-76.

特征保持的服装放码

- 个性化服装设计的一个关键问题：如何自动地把A模特的衣服以合体的方式穿到B模特身上？
 - 需要变形的服装合身地穿A人体模型上，通过变形传递，把服装穿到B人体模型身上；
 - 用户通过鼠标交互指定了该服装的几个特征，通过执行特征保留和优化算法，使得变形后服装模型的特征与原先的特征相匹配；
 - 对该服装进行整体优化，使之匹配原有的形状，同时保留特征。由于服装通常是由离散的或者非流型的网格表示的，我们提出的离散曲面重建方法特别对这方面进行优化，能够快速鲁棒地处理这类模型。
- 可看成三维的服装放码，**可用于服装设计的个性化和自动化。**

设计保持的服装迁移

- 对于下面的服装，即使是一个专业的美工仍需要3个小时的设计时间。



设计保持的服装迁移



Brouet, R., Sheffer, A., Boissieux, L., Cani, M. 2012. Design Preserving Garment Transfer. ACM Trans. Graph. 31 4, Article 36 (July 2012), 11 pages.

Near-exhaustive Precomputation of Secondary Cloth Effects



Doyub Kim, Woojong Koh, Rahul Narain, Kayvon Fatahalian, Adrien Treuille, and James F. O'Brien. "Near-exhaustive Precomputation of Secondary Cloth Effects". ACM Transactions on Graphics, 32(4):87:1–7, July 2013.

Near-exhaustive Precomputation of Secondary Cloth Effects

Near-exhaustive Precomputation of Secondary Cloth Effects

Doyub Kim¹, Woojong Koh², Rahul Narain², Kayvon Fatahalian¹, Adrien Treuille¹, and James F. O'Brien²

¹Carnegie Mellon University

²UC Berkeley

ACM SIGGRAPH 2013

Sensitivity-optimized Rigging for Example-based Real-time Clothing Synthesis

- **Motivation:** Fast and plausible example-based clothing synthesis

*Input: body pose
(i.e. joint rotations)*



Database

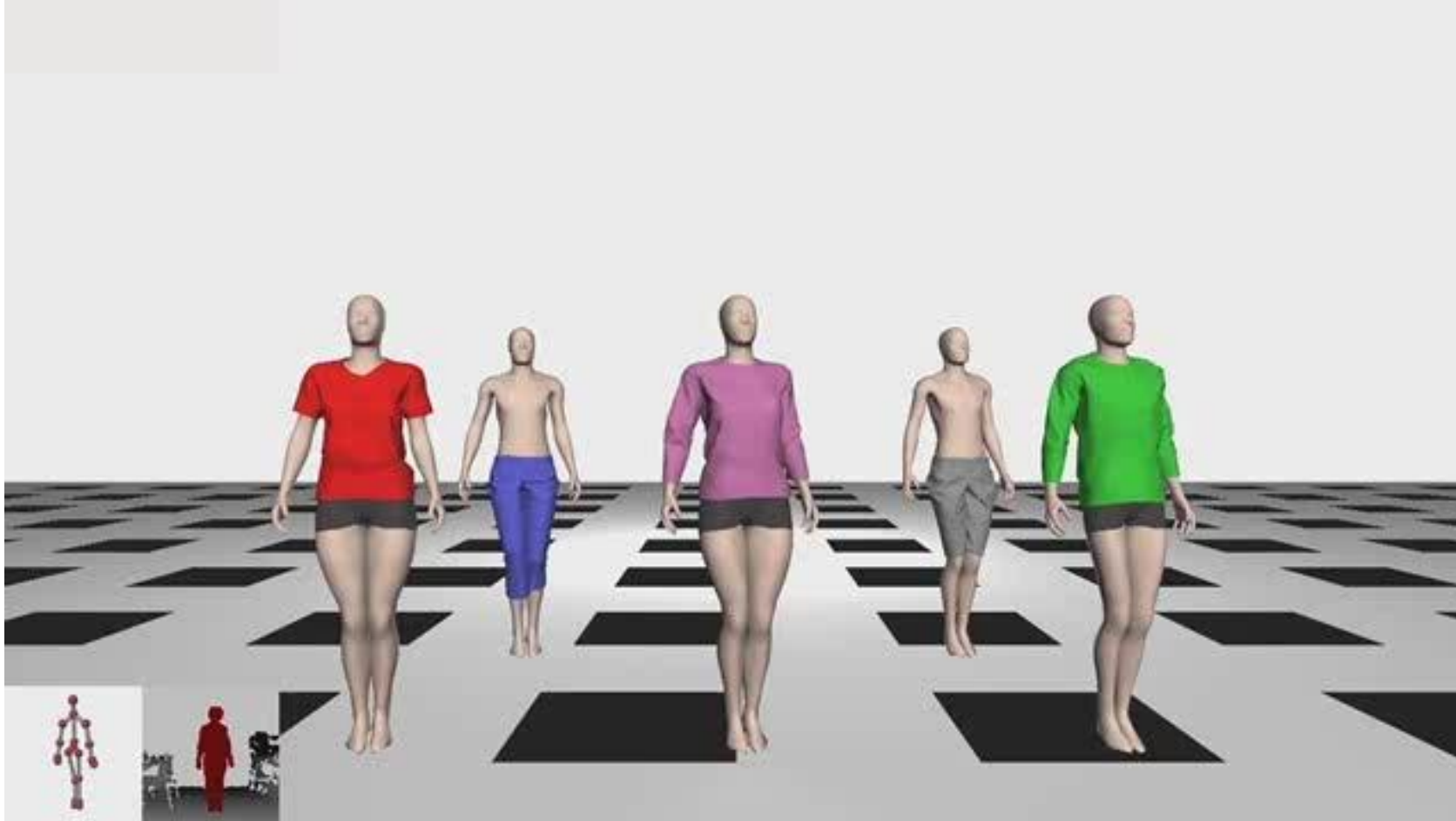


*Output: clothing
(i.e. vertex positions)*



Weiwei Xu, Nobuyuki Umentani, Qianwen Chao, Jie Mao, Xiaogang Jin, Xin Tong, "Sensitivity-optimized Rigging for Example-based Real-time Clothing Synthesis," ACM Transactions on Graphics (Proc. Siggraph'2014), 2014, 33(4): Article 107.

Sensitivity-optimized Rigging for Example-based Real-time Clothing Synthesis



Fast simulation of mass-spring systems



Our Method
10 iterations/frame (50ms/frame)



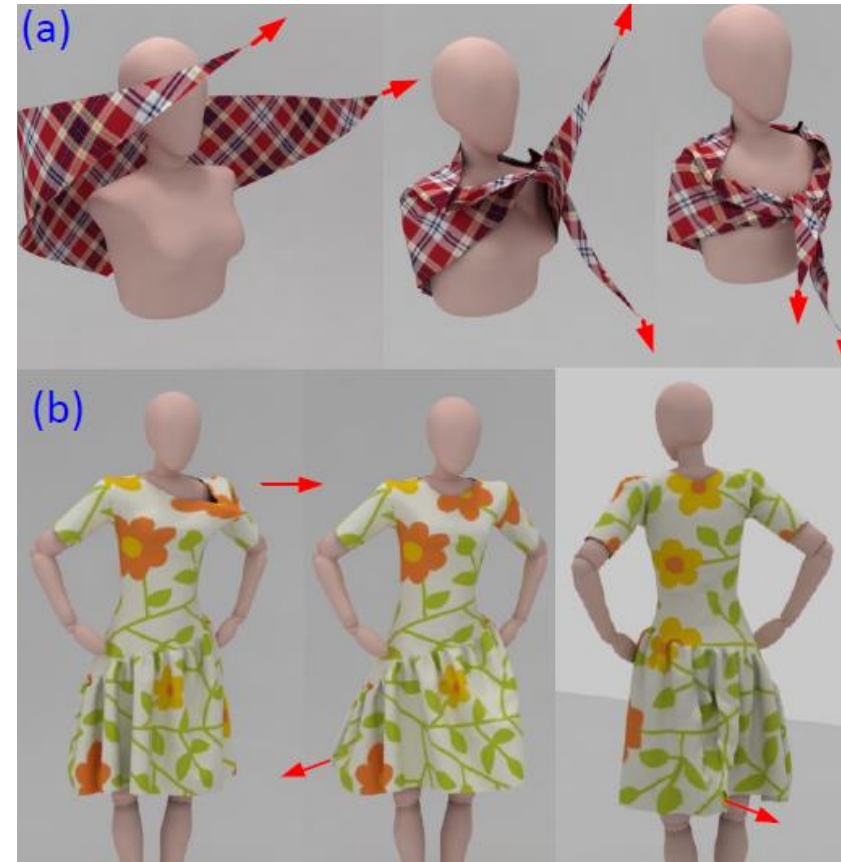
Exact Solution
Newton's Method (13s/frame)

针对Implicit Euler法求解慢的问题，采用块坐标下降法(Block Coordinate Descent)加快弹簧质点系统中的时间积分求解。

Liu, T., Bargteil, A.W., O'Brien, J.F. and Kavan, L., 2013. Fast simulation of mass-spring systems. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 32(6), pp.1-7.

Bouaziz S, Martin S, Liu T, Kavan L, Pauly M. Projective dynamics: fusing constraint projections for fast simulation. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*. 2014 Jul 27;33(4):1-1.

I-cloth: incremental collision handling for GPU-based interactive cloth simulation



Tang, M., Wang, T., Liu, Z., Tong, R. and Manocha, D., 2018. I-cloth: incremental collision handling for GPU-based interactive cloth simulation. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 37(6), pp.1-10.

今后一个可能的目标：虚拟试衣



开源程序

- **Opencloth:** A collection of source codes implementing cloth simulation algorithms in OpenGL <https://github.com/mmmovania/opencloth>
- **Currently, this project contains complete implementations of (in alphabetical order)**
 - Co-Rotated Linear FEM
 - Explicit Euler integration
 - Explicit Euler integration with texture mapping and lighting
 - Explicit Euler integration with wind
 - Implicit Explicit (IMEX) method
 - **Implicit integration (Baraff & Witkin's model)**
 - Implicit Euler integration
 - Meshless FEM
 - Position based dynamics
 - Semi-Implicit integration (Symplectic Euler)
 - Verlet integration
 - Verlet integration on CUDA, GLSL (using GPGPU technique) and OpenCL
 - WebGL port of Explicit Euler Integration

总结

- 布料动画是一个具有较大应用前景的方向
- 物理模拟方法+GPU加速是目前的主流
- 在实际应用中，要考虑的物理和几何因素很多



DEMO



The End