

面向三维剪纸的网格模型切割方法^{*}

李岩⁺, 于金辉, 石教英

(浙江大学 CAD&CG 国家重点实验室, 浙江 杭州 310027)

A 3D Paper-Cutting Oriented Mesh Trimming Algorithm

LI Yan⁺, YU Jin-hui, SHI Jiao-Ying

(State key Laboratory of CAD&CG, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

+ Corresponding author: Phn: +86-571-88206681, Fax: +86-571-88206680, E-mail: yli@cad.zju.edu.cn

Li Y, Yu JH, Shi JY. A 3D paper-cutting oriented mesh trimming algorithm. *Journal of Software*, 2006,17 (Suppl.):169-175. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/17/s169.htm>

Abstract: This paper presents an improved trimming algorithm. When cutting each pattern on the mesh surface, the algorithm first checks if a patch has been modified by other patterns, and then cuts the patch set with the new topology caused by the current pattern and updates the resultant patch set. Finally the algorithm removes the vertices and faces from the mesh surface inside the closed paper-cutting pattern to achieve cut-out effects observed from hand made paper cutting works. 3D Paper-cutting has wide applications ranging from animation, education to entertainments.

Key words: trimming; parameterization; paper cutting; re-meshing; mesh editing

摘要: 提出了一种改进的三维网格模型切割算法,在切割每个图案时首先检查面片区域是否已被其他图案修改,并在修改之后对应的面片区域上进行切割且记录切割结果,最后将三维网格模型表面封闭剪纸图案内的顶点和面片剔除,得到像手工剪纸那样的镂空效果.三维剪纸可以广泛应用于动画、教育以及娱乐产业中.

关键词: 网格切割;参数化;剪纸;网格重构;网格编辑

三维网格模型的切割算法有非常广泛的应用.除了将网格模型切分为两部分或者进行网格模型局部裁减这类简单的任务外,在网格模型的分割、智能剪刀以及网格模型的布尔操作这类高级的网格模型处理方法中也都需要用到网格模型的切割.

剪纸是我国历史悠久的传统民间艺术,我国艺术家曾用剪纸制作动画并在国际上享有盛誉,但用手工剪纸制作动画成本太高,制作周期太长,根本无法满足现代动辄几十集甚至几百集的生产要求.如果能够在三维模型上生成剪纸效果,我们可以利用骨架驱动三维模型制作剪纸动画,大大提制作效率,降低成本.在我们以前实现的三维剪纸系统中^[1]使用了模版缓存(stencil buffer)和深度缓存(depth buffer)模拟绘制出镂空的效果,其缺点是由于深度缓存计算产生的误差会把模型内部颜色绘制在模型表面,视觉上出现局部裂缝现象.另外,由于没有修改原始网格模型几何与拓扑结构,因此无法用于动画特效制作,如生成剪纸风格的灯笼效果.在本文中我们使用

^{*} Supported by the National Natural Science Foundation of China under Grant No.60373037 (国家自然科学基金); the Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China under Grant No.20040335019 (高等学校博士学科点专项科研基金)

Received 2006-04-15; Accepted 2006-09-11

网格模型的切割算法将图案对应的区域在网格模型上剔除,从而真正实现剪纸纹样的镂空。

现有的网格模型的切割方法广泛地用于医疗手术模拟^[2-4]、CAD/CAM^[5,6]以及几何建模中^[7-9]。但无论何种切割方法都包含两个步骤:定义切割路径和网格模型的重构。定义切割路径是指如何找到一条轨迹来描述切割网格时具体的方向。文献[9,10]中采用的方法是将连续的曲线经过离散采样后分别投影到模型的表面得到种子点,并通过最短路径算法将这些种子点连接起来作为切割路径;另一类方法则是把切割方向作为切割平面与网格模型表面求交,得到切割路径^[4,6,11]。但是当切割路径相对复杂的时候,这些方法的效率就会降低。如果能够快速计算切割路径所在表面区域,并建立平面参数化映射,就有效地将切割路径的映射转化为二维空间的投影查找问题,就使问题得到简化。对于切割的过程中所采用的几何重构也有许多不同的途径:一类方法是递进的重构策略,在对一个面片切割的同时计算新生成的网格结构。这类方法比较简便且易于实现;而另一类方法则是根据切割路径计算所有的求交操作之后,将原始网格和新生成的顶点进行网格重构。这类方法相对的要复杂,但相对要比较稳定。在递进重构的一类处理方法中,文献[11]在重构过程中只对当前切割的面片作处理,将切割路径左右两侧面片做简单的三角化。而文献[5]的方法则修改了网格的拓扑结构以得到符合 Delaunay 三角化的剖分,但是这种方法会改变原有网格模型不相关顶点的几何信息。对于后面一类方法,Wu^[9]等人首先计算所有的相交情况,重构时在网格模型添加切割路径与网格模型的交点,之后删除切割路径采样后映射到网格模型的表面内的不需要的顶点,得到一个稳定的网格模型切割方法,而对于原始网格比较简单的情况下,预期与得到的结果会存在一定的偏差;Slabaugh^[6]等人借助 OpenGL 提供的工具库网格模型面片进行切割划分,并有效和快速地得到切割的结果,但是该方法不适用于网格比较复杂的情况。

针对三维剪纸的应用,为了使普通美工在三维模型上方便地设计并调整各种图案,因此每个剪纸图案 G_i 都有自己对应的编辑区域 R_i ,使得图案可以在该区域上进行修正和调整。由于不同的剪纸图案对应选取的编辑区域 R_i 可能互相重叠;而要在重叠的区域部分 M_o (如 R_i 和 R_j 之间)表示不同的图案 G_i 和 G_j ,就需要分别在 R_i 和 R_j 上绘制和切割图案 G_i 和 G_j 的时候,保证在区域 M_o 上生成的结果网格模型一致。为了满足这些要求并综合前面的方法以及可能存在的问题,我们在文献[11]方法的基础上借助平面参数化的方法,设计了一种与网格模型粒度无关的切割算法,能够有效地得到沿图案切割网格模型并得到准确结果。下面我们介绍该算法的具体思想和实现。

1 剪纸图案与切割过程描述

剪纸中常用月牙纹、锯齿纹、朵花纹以及动物的五官纹,我们已经用特征控制点和 B 样条曲线构造出这些装饰纹的参数化模型^[1],以进一步控制各种纹的形状,包括弯曲程度、疏密程度、大小和方向等,用户在设计三维剪纸效果时根据自己的需要进行调整,图 1 给出了锯齿纹和朵花纹以及通过参数调控后它们的变化。



Fig.1 Variation of decorating pattern in paper-cutting

对于这些不同种类的图案,我们将其中包含的每条封闭曲线在网格模型表面的映射定义为切割路径。切割的过程就是将这些封闭曲线离散化后投影到网格模型表面,以得到相应的切割路径,之后根据该路径修改网格模型的几何与拓扑结构,并将切割路径内部的网格模型面片剔除,整个过程可以抽象描述为:

$$\begin{cases} M_{i+1} = C_i(M_i) = M_i + F^{-1}(S(G_i)) - M_{C_i} & i = 0, 1, \dots, n-1 \\ M_n = C_n \cdot \dots \cdot C_1(M_0) \end{cases} \quad (1)$$

其中 M_n 表示目标网格模型, M_0 指输入的网格模型, C 表示图案添加到网格模型时对网格模型的切割操作。每个具体的操作 C_i 表示在当前作为中间结果的网格模型 M_i 上计算切割路径,重构网格模型并剔除面片集合 M_{C_i} 的操作。其中 M_{C_i} 是根据封闭的切割路径的方向以及网格表面的法向量来确定的切割路径内所有顶点和面片的集

合.要得到 M_C ,其先决条件则是切割路径 $F^{-1}(S(G_i))$ 的获取,这就是我们接下来所要讨论的切割路径计算.

2 切割路径的计算

由于剪纸图案 G 是 B 样条曲线的连续表示,因此需要将图案中的每条封闭曲线离散化为有序的点集 V_Q' ,才能投影到离散的三维网格模型 M 表面来确定它们的切割路径.通过 OpenGL 或 D3D 的 API 可以很方便的将 V_Q' 上的点按照视线方向投影到网格模型的表面.但考虑到 V_Q' 上的顶点直接投影所在面片的斜度较大时(即该区域内面片的法向量与视线法向的夹角过大)就会导致图案在网格模型表面的映射有较大的扭曲变形,因此我们采用 Lévy 等人提出的最小二乘意义下的保角映射参数化方法^[12]计算编辑区域对应的平面参数域,并根据参数化的对应关系建立切割路径从平面参数域到三维网格模型的表面的映射,以减小直接投影可能产生的较大的变形情况.此外该方法将参数化转化为一个线性方程组的求解问题,因而计算速度比较快,适合我们的交互式应用.

切割路径的实际计算过程,是将图案 G 每条封闭曲线离散采样后得到 V_Q' ,计算其在二维空间的包围盒,并通过绘制 API 的拾取算法分别将包围盒的中心及边界投影至三维网格模型的表面.之后将三维网格模型上包围盒投影所对应顶点,通过模型表面的 Dijkstra 近似最短路径算法连接起来,并将该封闭区域 R 内的面片集合 M_p 定义为图案 V_Q' 的编辑区域,如图 2 右面网格上的弧线围成的区域.根据文献[12]的参数化方法计算编辑区域 M_p 到参数区域 M_p' 的映射 F ,可以得到编辑区域 M_p 的对应参数域 M_p' .这样 V_Q' 可以直接表示在平面参数域 M_p' 上,并可以根据 M_p' 与 M_p 之间的一一映射关系得到 V_Q' 对应 M_p 上的有序点集,也就是图案 G 中封闭曲线在网格模型表面上的切割路径 V_Q .

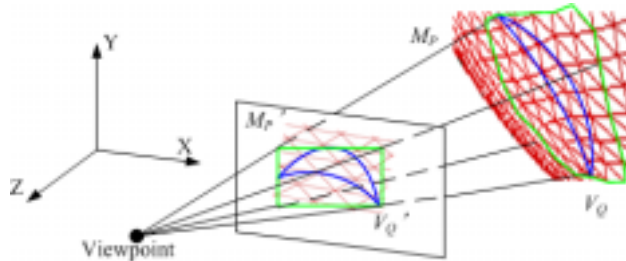


Fig.2 Cut path mapping

3 网格模型表面的切割

网格模型表面的切割为两个过程:网格模型的重构和封闭切割路径内面片的剔除.下面分别对这两部分内容进行说明.

3.1 网格模型重构

当切割路径映射至三维网格模型表面后要处理的就是网格模型的重构. Bruyns 等人的交互式切割算法^[11]就是沿切割路径在三维网格模型表面不断计算切割方向向量与网格模型面片和边的交点,将交点加入网格模型中,同时增加新的面片以修改网格模型拓扑结构.在本文的方法中由于编辑区域已经被参数化至平面域,因此我们使用二维空间上的求交计算来代替三维空间的计算,同时使用在文献[11]中的方法来修改网格模型以达到网格模型重构的目的.

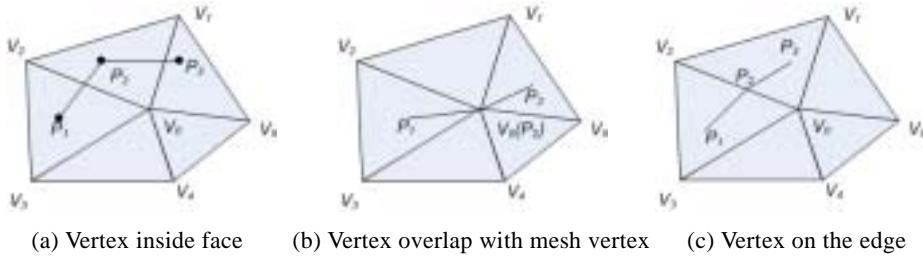


Fig.3 Different cut-path embedding situations

我们将切割方向向量的起点称为活动顶点,而该点所在的面片称为活动面片.在切割的过程中,当沿着切割路径扫描至活动顶点 P_i 时,根据切割路径上下一顶点 P_{i+1} 来计算向量 $\overrightarrow{P_i P_{i+1}}$ 与 P_i 所在活动面片 A_i 之间的交点.在求交计算的过程中,切割路径上大部分的点都落入网格模型面片的内部(图 3(a)所示),但是在实际切割的过程中还有一些特殊情况可能出现.如当切割路径上的点与网格模型顶点重合时(图 3(b)所示, V_0 与 P_2 坐标相同),此时活动面片是 P_1 所在的三角面片 $\{V_0, V_2, V_3\}$,且需要计算下一个活动面片.具体方法是在 V_0 的一环邻面中查找面片 $\{V_0, V_i, V_{i+1}\}$,使得满足条件 $(V_0 \overrightarrow{V_i} \times \overrightarrow{V_0} \overrightarrow{P_3}) \cdot (V_0 \overrightarrow{P_3} \times \overrightarrow{V_0} \overrightarrow{V_{i+1}}) > 0$,并将此面片作为下个活动面片.对于另外一种情况,即采样点落入网格模型的边上(图 3(c)所示),可以利用上面类似方法计算哪个三角面片是下个活动面片.

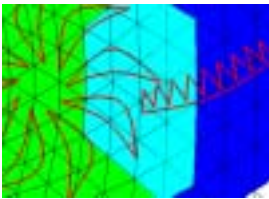


Fig.4 Edit region overlaps

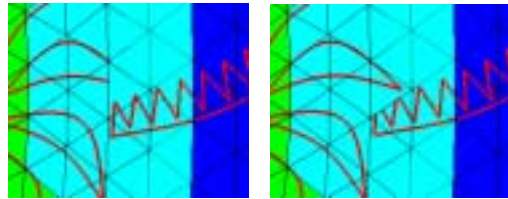


Fig.5 Patterns' pitfalls

在面向三维剪纸效果的网格模型的切割的实际应用中,为了方便用户的设计与图案调整,我们对每个图案都建立起所对应的编辑区域 R_i ,并把切割过程转换到该编辑区域的参数域上来计算.但是实际中存在这样的情况,不同图案 G_i 的切割路径落在原网格模型 M 的同一面片 A_i 上,如图 4 左所示,两个图案的编辑区域 R_i 和 R_j 分别用不同颜色标识,二者重叠区域用另外颜色标识.如果两个图案分别在自己的编辑区域上各自切割并将拓扑关系在原网格模型 M 上更新,就会在 A_i 上产生图案残缺,如图 5 所示,如果先处理花纹后处理锯齿纹,会造成花纹残缺,反之会造成锯齿纹残缺.

我们通过同步更新中间格模型 M_i 与当前编辑区域间的拓扑关系来解决这个问题.假设 V_{Q1} 与 V_{Q2} 按照先后顺序分别在各自的编辑区域对网格模型进行切割计算.首先在 R_1 上按照 V_{Q1} 切割所产生新面片都记录在中间网格模型 M_i 上,然后当在 R_2 上按 V_{Q2} 切割时并处理到活动面片 A_i 时,我们去中间网格模型 M_i 上查询 A_i 是否已经被重构过.如果被重构,将重构后(即按切割路径 V_{Q1} 切割过)的属于 A_i 的子面片复制到当前的编辑区域 R_2 中,进行切割计算以得到 A_i 新的子面片,并把这些新的子面片再次更新到中间网格模型 M_i 上,在切割路径 V_{Q2} 切割完成之后,重构得到的中间网格模型 M_j 就是正确结果(如图 6 所示).接下来的工作就是在图 6 所示的结果中将切割路径内的面片剔除.

3.2 封闭区域内面片的剔除

为表示剪纸图案特有的镂空效果,在切割路径映射至网格模型表面并切割重构之后,需要的将切割路径内部封闭的面片剔除.由于在切割重构的过程中切割路径和面片相交会产生新的交点,所以我们将这些新的交点也加入到切割路径中并进行排序,在网格模型表面上产生一条新的有向封闭折线 L ,用它来区分内部与外部的

面片.

在剔除内部面片之前要确定切割路径的方向,我们用下面方法计算折线 L 的方向:首先遍历折线 L 直到找到这样的 3 个点 P_{i-1}, P_i, P_{i+1} , 使得 P_{i-1}, P_i, P_{i+1} 不共线但 $P_{i-1}P_i$ 和 P_iP_{i+1} 之间的夹角最小. 然后计算 $dir = (\overrightarrow{P_iP_{i-1}} \times \overrightarrow{P_iP_{i+1}}) \bullet \vec{n}$, 其中 \vec{n} 是任一个以 P_iP_{i+1} 为边的面片的法向量. 当 $dir > 0$ 时, 折线 L 是顺时针方向, 则向量 $\overrightarrow{P_iP_{i+1}}$ 右侧的面片是内部面片. 而当 $dir < 0$ 时, 折线 L 是逆时针方向, 向量 $\overrightarrow{P_iP_{i+1}}$ 左侧的面片是内部面片. 找到内部面片之后, 将封闭折线 L 作为边界约束, 根据找到的内部片面按照区域膨胀算法得到所有的内部面片(如图 7 所示), 并将这些内部面片从网格模型删除, 得到最后的切割结果(如图 8 所示).

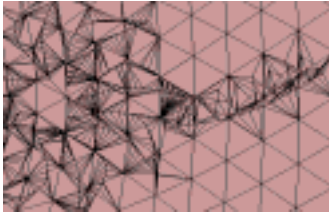


Fig.6 Re-Meshing result

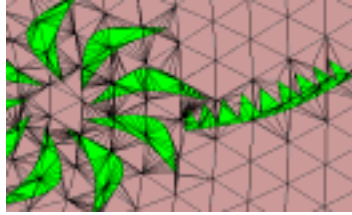


Fig.7 Interior face selection



Fig.8 Interior face culling

4 实验结果

使用本文的算法, 我们生成了一些三维剪纸模型. 第 1 个例子是在一个门神模型上生成剪纸效果, 如图 9 所示. 第 2 个例子是在斯坦福龙模型上生成剪纸效果并把切割后的模型在 Maya 中渲染成灯笼效果, 如图 10 所示.



Fig.9 Paper-Cut effect of 3D Door God



Fig.10 Lantern effect of Stanford Dragon

最后一个例子是在放牛娃坐在牛身上的三维网格模型生成剪纸效果(如图 11 所示), 我们把切割后的模型输入到 Maya 中并通过骨架绑定技术制作一段剪纸风格的动画, 图 12 是从该动画序列中提出来的一幅画面. 为了和手工制作的前景和背景风格保持一致, 我们把牧童和牛投影到二维制作出剪纸动画.



Fig.11 Paper-Cut effects of 3D Cow&Boy



Fig.12 Animation of paper-cutting effect with Cow&Boy

在实际交互过程中,用户对每个图案的设计只需要确定图案的种类、位置等就可以自动生成切割路径,并利用文献[1]中的绘制方法实现剪纸图案在网格模型表面的绘制的预览,且允许对相应的图案作进一步的修改.在设计过程结束之后,就可以做最后的切割计算并输出结果模型.表 1 是图案的平均切割速率表.从表中可以看到整个计算时间主要与参数化、切割路径映射、切割和重构的速度相关.由于在实际的应用中,一旦编辑区域选定,就可以计算其对应的平面参数域,并作为中间结果保存起来.当图案需要修改时,切割路径需要重新计算,而参数化结果不需改变就可以重用,这样减少了参数化对算法的影响,而且表中列出参数化所耗费的时间也是可以接受的.因此算法的效率主要受到切割路径的映射与网格模型的切割和重构这两计算的限制,但从表中可以看到,现有的算法能够达到每秒 100 条切割路径的处理速度,已经可以达到交互操作的要求.

Table 1 Average cutting ratio

	Regions	Avg. Parameter-ization ratio(ms/p)	Cut path	Avg. cut path mapping ratio(ms/cp)	Avg. cut & re-meshing ratio(ms/cp)	Avg. face removing ratio(ms/cp)
Door God	83	43.3	490	4.267	4.835	0.122
Dragon	37	55.4	245	6.967	5.458	0.126
Cow & boy	35	26	99	4.502	4.971	0.124

5 结束语

在本文中我们给出一个面向三维剪纸的网格模型切割方法.通过该方法可以有效地将剪纸图案映射到三维网格模型的表面,解决了不同编辑区域上的图案在三维网格模型表面切割时可能产生的图案不完整的问题,快速有效的得到一致的结果模型.用本网格模型编辑切割算法构成的三维剪纸系统可以高效地用来制作剪纸动画.

References:

- [1] Li Y, Yu JH, Zhang HX, Wang Q, Shi JY. Generating paper-cut effects on 3D Mesh models. In: Proc. of the Pacific Graphics 2005. (Short Paper), 2005. 130-132.
- [2] Bielser D, Gross MH. Interactive simulation of surgical cuts. In: Proc. of the Pacific Graphics 2000. IEEE Computer Society Press, 2000. 116-125.
- [3] Ganovelli F, Cignoni P, Montani C, Scopigno R. A multiresolution model for soft objects supporting interactive cuts and lacerations. Computer Graphics Forum, 2000,19(3):271-282.
- [4] Nienhuys HW, van der Stappen AF. A surgery simulation supporting cuts and finite element deformation. In: Niessen WJ, *et al.*, eds. MICCAI 2001. Berlin: Springer-Verlag, 2001. 145-152.
- [5] Nienhuys HW, van der Stappen AF. A Delaunay approach to interactive cutting in triangulated surfaces. In: Proc. of the 5th Int'l Workshop Algorithmic Foundations of Robotics (WAFR 2002). Springer-Verlag, 2002. 113-130.
- [6] Slabaugh G, Mihalef V, Unal G. A contour-based approach to 3D text labeling on triangulated surfaces. In: 3-D Digital Imaging and Modeling 2005, 3DIM 2005. 2005. 416-423.
- [7] Lee Y, Lee S, Shamir A, Cohen-Or D, Seidel HP. Intelligent mesh scissoring using 3d snakes. In: Proc. of the Pacific Graphics 2004. 2004. 279-287.
- [8] Mortara M, Patane G, Spagnuolo M, Falcidieno B, Rossignac J. Plumber: A method for a multi-scale decomposition of 3D shapes into tubular primitives and bodies. In: Proc. of the 9th ACM Symp. on Solid Modeling and Applications SM 2004. 2004, Palazzo Ducale, 2004. 339-344.
- [9] Li WC, Lévy B, Paul JC. Mesh editing with an embedded network of curves. In: Proc. of the Shape Modeling Int'l Conf. 2005. 63-71.
- [10] Wong KCH, Siu TYH, Heng PA, Sun H. Interactive volume cutting. In: Proc. of the Graphic Interface'98. Vancouver, British Columbia. 1998. 99-105.
- [11] Bruyns C, Senger S. Interactive cutting of 3D surface meshes. Computers & Graphics, 2001,25(4):635-642.

- [12] Lévy B, Petitjean S, Ray N, Maillot J. Least squares conformal maps for automatic texture atlas generation. ACM Trans. on Graphics, 2002,21(3):362-371.



李岩(1979 -),男,河南濮阳人,博士生,主要研究领域为计算机图形学,数字几何处理.



石教英(1937 -),男,教授,博士生导师,主要研究领域为计算机图形学,虚拟现实,科学计算可视化,多媒体技术.



于金辉(1960 -),男,博士,研究员,主要研究领域为计算机动画,数字艺术.